5 Übungsaufgaben Serie V zum 13.01.2021

Aufgabe 5.1

Verschiebung als NAF zweier Geradenspiegelungen

Es sei $\overline{AA'B'B}$ *ein Parallelogramm. Die Gerade* a *sei die Mittelsenkrechte der Strecke* $\overline{AA'}$*, die Gerade* b *sei die Lotgerade von* A' *auf die Gerade* BB'*.*

Beweisen Sie:
Die Abbildung $S_a \circ S_b$ *bildet* B *auf* B' *ab.*

Aufgabe 5.2

NAF zweier Spiegelungen mit zueinander parallelen Spiegelachsen

Es seien a *und* b *zwei Geraden mit* $a \parallel b \wedge a \not\equiv b$*.* A *und* B *seien zwei verschiedene Punkte und* A', B' *ihre Bilder bei der Abbildung* $S_a \circ S_b$*.*

Beweisen Sie:
$\overline{AA'B'B}$ *ist ein Parallelogramm.*

Aufgabe 5.3

Deckabbildung der Raute

Gegeben sei das Viereck $\overline{ABCD}$ *mit*

$$A = (-4, 0) \quad (1)$$
$$B = (0, -3) \quad (2)$$
$$C = (4, 0) \quad (3)$$
$$D = (0, 3) \quad (4)$$

Geben Sie beschreibende Gleichungen für drei Geradenpaare $(a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_3)$ *derart an, dass*

$$S_{a_i} \circ S_{b_i}, i = 1, 2, 3$$

die Punkte A, B, C, D *wie folgt abbildet:*

$$A \to C \quad (5)$$
$$B \to D \quad (6)$$
$$C \to A \quad (7)$$
$$D \to B \quad (8)$$

Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mittels Geogebra.

Aufgabe 5.4

NAF zweier Punktspiegelungen

Es seien Z_1 und Z_2 zwei verschiedene Punkte und α ein gestreckter Winkel. Beweisen Sie:

$D_{Z_1.\alpha} \circ D_{Z_2,\alpha}$ *ist eine Verschiebung mit dem Verschiebungsvektor* $2 \cdot \overrightarrow{Z_1Z_2}$.

Aufgabe 5.5

NAF von zwei speziellen Verschiebungen

Es sei $\overline{ABCD}$ ein Rechteck. Wir betrachten die folgenden Geraden:

$$a := AB \tag{9}$$
$$b := CD \tag{10}$$
$$c := AD \tag{11}$$
$$d := BC \tag{12}$$

Beweisen Sie:

$$S_a \circ S_b \circ S_c \circ S_d$$

ist eine Verschiebung, deren Verschiebungsweite das Doppelte der Diagonalenlängen von $\overline{ABCD}$ ist.

Aufgabe 5.6

NAF von zwei beliebigen Verschiebungen

Es sei $\overline{ABCD}$ ein Parallelogramm. Wir betrachten die folgenden Geraden:

$$a := AB \tag{13}$$
$$b := CD \tag{14}$$
$$c := AD \tag{15}$$
$$d := BC \tag{16}$$

Beweisen Sie:

$$S_a \circ S_b \circ S_c \circ S_d$$

ist eine Verschiebung.

Aufgabe 5.7

Normalparabel, fachgebietsübergreifend

Gegeben sei eine Normalparabel p. p' sei das Bild von p bei einer Verschiebung $V_{\overrightarrow{v}}$. Bestimmen Sie jeweils eine Gleichung die p' beschreibt, wenn gilt:

a) $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$

c) $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} h \\ 0 \end{pmatrix}, h \in \mathbb{R}$

e) $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

f) $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} h \\ v \end{pmatrix}, h, r \in \mathbb{R}$

Aufgabe 5.8

Parabel

Gegeben sei eine Parabel p durch die beschreibende Gleichung

$$y(x) := ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}$$

Ferner seien a und b zwei Geraden, die durch die folgenden Gleichungen beschrieben werden:

a: $ax + by + c_1 = 0, a, b, c_1 \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 \neq 0$

b: $-bx + ay + c_2 = 0, c_2 \in \mathbb{R}$

Bestimmen Sie eine Gleichung zur Beschreibung des Bildes von p bei der Abbildung $S_a \circ S_b$.