Einführung in die Geometrie: Übungen zum Tutorium, Nr. 4

(Aufgaben zur Vorbereitung auf das Tutorium in der Woche vom 08.11.-12.11.10)

Beweise einiger Sätze der Schulgeometrie

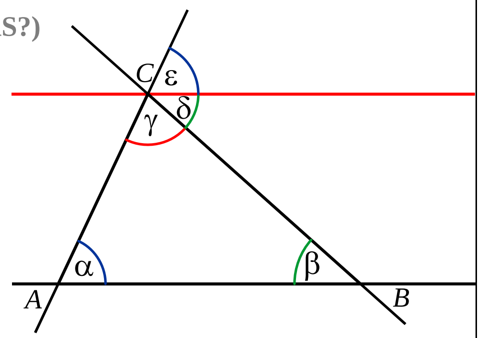
1. Im Folgenden ist ein Beweis des Innenwinkelsatzes für Dreiecke in einer Art angegeben, wie er in Schulbüchern (meist der Klassenstufe 7) zu finden ist.

Innenwinkelsumme eines Dreiecks

Voraussetzung: α, β und γ sind Innenwinkel des Dreiecks *ABC*

Behauptung: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

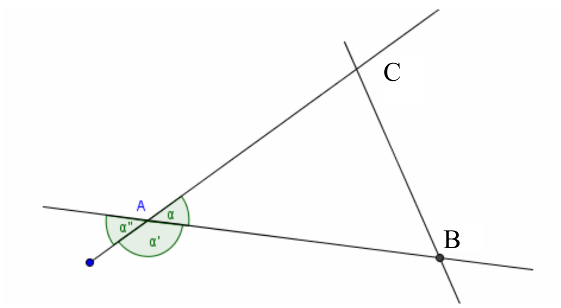
Beweis:
- Wir konstruieren die Parallele zu *AB* durch den Punkt *C*. **(WARUM GEHT DAS?)**
- Sind δ und ε die Winkel, welche diese Parallele mit *BC* bzw. *AC* bildet, so gilt:
  $\varepsilon + \delta + \gamma = 180°$ **(WARUM?),**
  $\delta = \beta$ **(WARUM?),**
  $\varepsilon = \alpha$ **(WARUM?).**
- Also gilt:
  $\alpha + \beta + \gamma = 180°$,
  was zu beweisen war.



Analysieren Sie jeden Beweisschritt daraufhin, welche Voraussetzungen, anderen Sätze, Konstruktionen (deren Möglichkeit und Eindeutigkeit zu rechtfertigen ist) verwendet werden (siehe auch die grau gedruckten Fragen). Stellen Sie dadurch alle Tatsachen zusammen, auf denen der Innenwinkelsatz beruht.

2. Lösen Sie die folgenden Schulbuchaufgaben. Geben Sie wiederum genau an, welche Sätze, Tatsachen und sonstigen Voraussetzungen Sie verwenden.

Schneiden sich drei Geraden in drei Punkten A, B und C, so entstehen insgesamt zwölf Winkel. Die drei Winkel α, β und γ kennt man als Innenwinkel des Dreiecks ABC. Die sechs Winkel α', α'', β', β'' und γ', γ'' bezeichnet man als Außenwinkel des Dreiecks ABC.



a) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes über Nebenwinkel und des Satzes über die Winkelsumme im Dreieck: Im Dreieck ist der Betrag eines Außenwinkels gleich der Summe der Beträge der beiden nicht anliegenden Innenwinkel.

b) Beweisen Sie mit Hilfe des letzten Satzes: Im Dreieck ist der Betrag eines Außenwinkels größer als der Betrag jedes nicht anliegenden Innenwinkels.

3. Beweisen Sie: In einem Parallelogramm halbieren die Diagonalen einander.