1. Winkelhalbierende-Kriterium →:
V: $\alpha_1 \cong \alpha_2$ B: $\overline{PB} \cong \overline{PA}$ (1) $\alpha_1 \cong \alpha_2$ (V) (2) $\overline{SP} \cong \overline{SP}$(triv) (3) $\beta_1 \cong \beta_2$ (Lot von P auf SA bzw SB) (4) $\gamma_1 \cong \gamma_2 (180 - \alpha - \beta = \gamma)$ (IWS) (5)$\overline{SPB} \cong \overline{SPA}$ (1,2,4, WSW) (6) $\overline{PB} \cong \overline{PA}$ (5)

2. Winkelhalbierende-Kriterium ←:
V: $\overline{PB} \cong \overline{PA}$ B: $P \in WH \rightarrow \alpha_1 \cong \alpha_2$ (1) $\overline{PB} \cong \overline{PA}$ (V) (2) $\overline{SP} \cong \overline{SP}$(triv) (3) $\beta_1 \cong \beta_2$ (Lot von P auf SB bzw SA) (4)$\overline{ASP} \cong \overline{BSP}$ (1,2,3, Ssw) (2 Seiten + Winkel geg-über grösster Seite) (5) $\alpha_1 \cong \alpha_2$ (4)

3. Seiten-Winkel-Beziehung →:
V: $|\alpha| > |\beta|$ B: $|\alpha| > |\beta|$ Konstruktion: (1) $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ (2) $\overline{AC} \cong \overline{CB'}$ (3) $\gamma \cong \gamma$ (4) $\overline{AB'C} \cong \overline{ABC}$ (1,2,3,SWS) (5) α ist AW von $\beta' \Rightarrow \alpha > \beta'$ (6) α' ist AW von $\beta \Rightarrow \alpha' > \beta'$ (7) da $\alpha \cong \alpha' \wedge \beta \cong \beta' \Rightarrow \alpha > \beta$

4. Seiten-Winkel-Beziehung ←:
V: $|\alpha| > |\beta|$ B: $|\alpha| > |b|$ Annahme: $|\alpha| \leq |b|$ 1. Fall: $|\alpha| = |b| \rightarrow |\alpha| = |\beta|$ (Basis-Winkel-Satz) ↯ zu V 2. Fall: $|\alpha| < |b| \rightarrow |\alpha| < |\beta|$ (Seiten-Winkel-Bez) ↯ zu V

5. Mittelsenkrechten-Kriterium →:
V: $P/g \in MS$ B: $\overline{PA} \cong \overline{PB}$ (1) $\overline{AM} \cong \overline{BM}$ (folgt aus V-Existenz MP) (2) $\delta_1 \cong \delta_2$ (folgt aus V - weil $\sphericalangle PMA \cong \sphericalangle PMB$, da $\overline{PM}$ MS von $\overline{AB}$) (3) $\overline{PM} \cong \overline{PM}$ (triv) (4)$\overline{AMP} \cong \overline{BMP}$ (1,2,3,SWS) (5) $\overline{PA} \cong \overline{PB}$

6. Mittelsenkrechten-Kriterium ←:
V: $\overline{PA} \cong \overline{PB}$ B: $P \in MS$, also $\delta_1 = \delta_2$ (1) $\exists M \in \overline{AB} : AM \cong BM$ (Ex. MP) (2) $\overline{PA} \cong \overline{PB}$ (V) (3) $\overline{PM} \cong \overline{PM}$ (triv) (4)$\overline{AMP} \cong \overline{BMP}$ (1,2,3,SSS) (5) $\delta_1 = \delta_2$ (4) (6)$P \in MS$

7. Stufenwinkelsatz →:
V: $a \parallel b$ B: $\alpha \cong \beta$ Annahme: $|\alpha| \neq |\beta|$ (1) Wegen $\alpha \cong \alpha' \Rightarrow a \parallel b'$ (2) 2 Parallelen ($b \wedge b'$) zu a durch P ↯ zu Axiom Parallel

8. Stufenwinkelsatz ←:
V: $\alpha \cong \beta$ B: $a \parallel b$ Annahme: $a \nparallel b$, also $\exists C : C = a \cap b$ Konstruktion: Es entsteht ein $\triangle \overline{ABC}$ mit α-AW und β-IW $\rightarrow |\alpha| > |\beta|$ (AW-Satz) ↯ zu V

9. Schwacher Aussen-Winkel-Satz: bleibt zz: $P \in I(\beta')$ $I(\beta) = AB, C \cap BC, A^+$ also zz: $P \in AB, C^- \wedge BC, A^+$ (1) $P \in AB, C^-$: trivial (2) $P \in BC, A^+$: Annahme $P \notin BC, A^+$, also $P \in BC, A^-$ Konstruktion neues $P \rightarrow$ neues M↯ zu MP von $\overline{AB}$

10. Winkelhalbierende-Eindeutigkeit:
Zz: $WH_1 \equiv WH_2$ Annahme: $WH_1 \not\equiv WH_2$ (1) $WH_1 : |\sphericalangle ASC_1| = |\sphericalangle BSC_1|$ (2) $WH_2 : |\sphericalangle ASC_2| = |\sphericalangle BSC_2|$ (3) $WH_1 : |\sphericalangle ASC_1| + |\sphericalangle BSC_1| = |\sphericalangle ASB|$ (1) (4) $WH_1 : |\sphericalangle ASC_2| + |\beta'| > |\alpha|$ $|\sphericalangle BSC_2| = |\sphericalangle ASB|$ (2) (5) $|\sphericalangle ASC_1| + |\sphericalangle BSC_1| = |\sphericalangle ASC_2| + |\sphericalangle BSC_2|$ (3,4) (6) $2 \cdot |\sphericalangle ASC_1| = 2 \cdot |\sphericalangle ASC_2|$ (1,2) (7) $|\sphericalangle ASC_1| = |\sphericalangle ASC_2|$↯ zur Annahme

11. Mittelpunkt Existenz:
Zz: $\exists M \in \overline{AB} : |AM| = |MB|$ (1)$\overline{AB}$ hat genau eine Länge : $|AB| \in \mathbb{R}^+$ (Abstandsaxiom) (2) nehme $\frac{|AB|}{2}$ (3) auf AB^+ existiert genau ein M mit $|AM| = \frac{|AB|}{2}$ (Axiom Lineal) (4) $ZW(A, M, B)$ gilt (Beweis später *) (5) $|AM| + |MB| = |AB|$ (4) (6) $\frac{|AB|}{2} + |MB| = |AB|$ (3,5) (7) $|MB| = \frac{|AB|}{2}$ (8) $\frac{|AB|}{2} = |MB| = |MA| = \frac{|AB|}{2}$ Beweis *: B: $Zw(A, M, B)$ Annahme: $\neg$ $Zw(A, M, B)$, also z.B. $Zw(A, B, M)$ (a) $|AB| + |BM| = |AM|$ (b) $|AB| + |BM| = \frac{|AB|}{2}$ (c) $|BM| = -\frac{|AB|}{2}$↯ da < 0, da Abstände immer positiv

12. Lot Existenz:
V: $P \notin g$ B: $\exists l : P \in l \wedge l \perp g$ (1) $\exists |\alpha|$ (Winkelmassaxiom) (2) $|\alpha| \cong |\alpha'|$ (Winkelkonstr.axiom) (3) $|PA|$ (Abstandsaxiom) (4) $|AB| = |PA|$ (Axiom Lineal) (5) $\exists L = \overline{PB} \cap g(B \in gP^-)$ B: $\gamma_1 \cong \gamma_2$ (1) $\overline{AL} \cong \overline{AL}$ (2) $|AB| \cong |AP|$ (3) $|\alpha| = |\alpha'|$ (4) $\gamma_1 \cong \gamma_2 = 90°$ (kongr. NW) **13. Mittelpunkt Eindeutigkeit:**
Zz: $M_1 \equiv M_2$ Annahme: $M_1 \not\equiv M_2$ (1) $|AM_1| = |BM_1| = |AM_2| = |BM_2|$($M_1 \wedge M_2$ sind MP von $\overline{AB}$ (2) $|AM_1| = |BM_1| = |AB|(M_1 \in \overline{AB})$ (3) $|AM_2| = |BM_2| = |AB|(M_2 \in \overline{AB})$ (4) $2 \cdot |AM_1| = |AB| = 2 \cdot |AM_2|$ (1,2,3) (5) $|AM_1| = |AM_2| \rightarrow M_1 \equiv M_2$↯ zu Annahme (Axiom Lineal)

14. Lot Eindeutigkeit: V: $L_1 \in g$ mit $PL_1 \perp g$ B: $\exists L_2 : L_2 \in g$ mit $PL_2 \perp g \wedge L_2 \neq L_1$ Annahme: $\nexists L_2 : L_2 \in g$ mit $PL_2 \perp \wedge L_2 \neq L_1$ (1) Da $nkoll(P, L_1, L_2) \rightarrow \overline{PL_1L_2}$ ist $\triangle$ (2) $|\sphericalangle PL_1L_2| = SO = |\sphericalangle PL_2L_1| \rightarrow 2$ rechte Winkel ↯ zu schw. AWS (laut S.AWS gilt: $|\beta'| > |\alpha| \rightarrow$ Winkel nicht kong.)

15. Basis-Winkel-Satz →: (nur im gleichsch. $\triangle$)
V: $a \cong b$ B: $\alpha \cong \beta$ (1) $\gamma_1 \cong \gamma_2$ (Hilfskonstr. WH von γ - Def WH) (2) $\overline{CD} \cong \overline{CD}$ (triv) (3) $a \cong b$ (V) (4) $\overline{ADC} \cong \overline{BDC}$ (1,2,3, SWS) (5) $\alpha \cong \beta$

16. Basiswinkelsatz ←:
V: $\alpha \cong \beta$ B: $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ (1) $\exists m_{AB}$ (Mittelsenkrechte) (2) $C_1 \notin m_{AB}$ (3) m_{AB} schneidet $\overline{AC} \vee \overline{BC}$ (Axiom von Pasch) (1,2) (4) o.B.d.A. $m_{AB} \cap \overline{AC} = C_2$ (5) $|\overline{AC_2}| \cong \overline{BC_2}$ (6) zw. (AC_2C_1) (7) $C_2 \in J(\beta)$ (8) $BC_2 \in J(\beta)$ (9) $|\gamma| + |\delta| = |\beta|$ (10) $|\gamma| \cong |\alpha|$ (11) $|\beta| > |\alpha|$ ↯ **17. Schwacher Aussen-Winkel-Satz:**
Zz: $|\beta'| > |\alpha|$ (1) $\exists M \in \overline{AB} : \overline{MA} \cong \overline{MB}$ (Ex. MP) (2) CM^+ (3) $\exists P \in MC^-$: $\overline{PM} \cong \overline{CM}$ (Axiom Lineal) (4) $|\alpha'| \cong |\alpha|$ Beweis: (a) $\overline{MA} \cong \overline{MB}$ (b) $\overline{PM} \cong \overline{CM}$ (c) $\delta_1 \cong \delta_2$ (Scheitelwinkel) (d) $\overline{AMC} \cong \overline{BMP}$ (1,2,3, SWS) (e) $|\alpha'| \cong |\alpha|$ (5)

18. Winkelhalbierende-Existenz:
Zz: $|\sphericalangle ASC| = |\sphericalangle BSC|$ (1) $|\alpha| = 35°$ (Winkelmassaxiom) (2) $\frac{|\alpha|}{2} = 17.5°$ (Rechnen in $\mathbb{R}$) (3) $\overline{S}C^+ \subset I(\sphericalangle ASB)$ (4) SC^+ mit $|\sphericalangle ASC| = \frac{|\alpha|}{2} = 17.5°$ (Winkelkonstr.axiom) (5) SC^+ mit $|\sphericalangle BSC| = \frac{|\alpha|}{2} = 17.5°$ (Winkelkonstr.axiom) (6) $\alpha = \frac{|\alpha|}{2} = \frac{|\alpha|}{2}$ (7) $\alpha = |\sphericalangle ASC| + |\sphericalangle BSC|$ (5,6) (8) $|\sphericalangle BSC| = |\sphericalangle BSC|$ (7)

Definitionen

kollinear: Wenn eine Menge von Punkten auf ein und derselben Geraden liegt, dann heisst diese Menge kollinear. Schreibweise: koll(A, B, C, ...)

komplanar Eine Menge von Punkten heisst komplanar, wenn es eine Ebene gibt, die alle Punkte der Menge enthält. Schreibweise: komp(A, B, C, D, ...)

Abstand Der Abstand zweier Punkte A und Bund ist die Zahl, die nach dem Abstandsaxiom den Punkten A und B zugeordnet werden kann. Schreibweise:$d = c$.

Abstand eines Punktes zu einer Geraden Es sei P ein Punkt ausserhalb von g . Der Abstand von P zu g ist die Länge des Lotes von P auf g .

Zwischenrelation Ein Punkt B liegt zwischen zwei Punkten A und C, wenn gilt $|AB| + |BC| = |AC|$

Mittelpunkt einer Strecke Wenn für einen Punkt$M$ gilt: $M \in \overline{AB}$ mit:| AM |=| MB | , dann heisst M Mittelpunkt von .

konvexe Punktmenge Eine Menge$M$ von Punkten heisst konvex, wenn mit je zwei Punkten A und B dieser Menge die gesamte Strecke$\overline{AB}$ zu M gehört.

konvexes Viereck Ein Viereck $ABCD$ ist konvex, wenn zu zwei beliebigen Punkte A und B aus dem Inneren des Vierecks $ABCD$ liegt. oder wenn sich seine Diagonalen AC und BD schneiden.

konkave Punktmenge Eine Menge M heisst konkav wenn gilt $\underset{A,B \in M}{\exists} : \overline{AB} \not\subseteq M$

Strecke Es seien A und B zwei verschiedene Punkte. Die Punktmenge, die A und B sowie alle Punkte, die zwischen A und B liegen, enthält, heisst Strecke$\overline{AB}$.

Länge einer Strecke Es seien A und B zwei verschiedene Punkte. Der Abstand | AB | . heisst Länge der Strecke$\overline{AB}$.

Halbgerade Eine Halbgerade AB^+ ist die Menge der Punkte der Strecke$\overline{AB}$ vereinigt mit der Menge aller Punkte P für die gilt: B liegt zwischen A und P

$AB^- = \{P \mid Zw(P, A, B)\} \cup \{A\}$

offene Halbebene $gQ^+ := P \in \varepsilon \mid PQ \cap g = gQ^-$ $:= P \in \varepsilon \mid PQ \cap g = \setminus g$

Geradenparallelität Es sind zwei Geraden parallel, wenn kein Punkt oder alle Punkte identisch sind.

Inzidenz Punkt Ebene Ein Punkt P inzidiert mit einer Ebene E, wenn P ein Element der Ebene E ist.

Inzidenz Gerade Ebene Eine Gerade g gehört zu einer Ebene E, wenn jeder Punkt von g zu E gehört.

Parallelität von Ebenen Zwei Ebene E1 und E2 sind parallel, wenn sie keinen Punkt gemeinsam haben.

Winkel Ein Winkel ist ein Paar nichtidentischer Halbgeraden, die den Anfangspunkt gemeinsam haben. Die Halbgeraden heissen Schenkel. Der gemeinsame Anfangspunkt des Winkels heisst Scheitelpunkt des Winkels. /Ein Winkel heisst die Vereinigungsmenge zweier Strahlen p und q, die einen gemeinsamen Anfangspunkt S haben.

Grösse eines Winkels Winkelmassaxioms

Inneres eines Winkels Unter dem Inneren eines Winkels versteht man die Schnittmenge der beiden Halbebenen

Nebenwinkel Zwei Winkel bilden ein Paar von Nebenwinkel, wenn sie einen identischen Schenkel haben, die jeweils anderen Schenkel ergänzen sich zu einer Geraden.

Scheitelwinkel Zwei Winkel sind Scheitelwinkel, wenn ihre Schenkel ein Paar sich schneidender Geraden bilden.

Stufenwinkel Es seien a,b und c 3 komplanare, paarweise verschiedene Geraden, wobei c die Geraden a und b in den zwei Punkten A und B schneiden möge. Die Winkel α undβ , von denen einer A und einer B als Scheitelpunkt haben möge, heissen Stufenwinkel, wenn ein Schenkel vonα in denselben Halbebene bzgl. c liegt, wie ein Schenkel von β und wenn ein Schenkel eines der beiden Winkel Teilmenge eines Schenkels des anderen Winkels ist.

Wechselwinkel: Es seien α und βStufenwinkel. Wennγ der Scheitelwinkel vonα ist, dann ist er der Wechselwinkel von β .

Peripheriewinkel Ein Winkel heisst Peripheriewinkel, wenn der Scheitel des Winkels Element eines Kreises ist, und die beiden Schenkel den Kreis jeweils in genau einem (weiteren!) Punkt schneiden.

Zentriwinkel: sei ACB ein Peripheriewinkel des Kreises k mit Mittelpunkt M. Der Winkel AMB heisst der zum Peripheriewinkel ACB dazugehörige Zentriwinkel.

Tangente: schneidet k in genau einem Punkt

Schwerpunkt eines Dreiecks Unter dem Schwerpunkt eines Dreiecks versteht man den Schnittpunkt seiner Seitenhalbierenden

Dreieck Ein n-Eck mit genau drei Eckpunkten ist ein Dreieck.

Regelmässiges Dreieck Ein Dreieck, in dem alle Innenwinkel die Grösse 60° haben, ist ein regelmässiges Dreieck.

Innenwinkel eines Dreiecks Es sei ein Dreieck$\overline{ABC}$. Die Winkel$\angle ABC, \angle BCA, \angle CAB$ sind die Innenwinkel .

Aussenwinkel eines Dreiecks Alle Nebenwinkel der Innenwinkel eines Dreiecks$\overline{ABC}$ heissen Aussenwinkel des Dreiecks.

Inneres eines Dreiecks Es sei$\overline{ABC}$ ein Dreieck. Die Schnittmenge der Inneren der Winkel$\angle CAB, \angle ABC, \angle BCA$ nennt man das "Innere des Dreiecks ".

Höhe eines Dreiecks Höhe eines Dreiecks ist eine Gerade, die durch einen Eckpunkt des Dreiecks verläuft und zu der Gerade, der die gegenüberliegende Dreiecksseite angehört, senkrecht ist.

gleichschenkliges Dreieck Ein Dreieck mit einem Paar zueinander kongruenter Seiten ist ein gleichschenkliges Dreieck.

Lot, Lotgerade, Lotfusspunkt Es sei P ein Punkt, der nicht zur Geraden g gehören möge. Die Gerade l, die senkrecht auf g steht und durch den Punkt P geht heisst Lotgerade von P auf g. Der Schnittpunkt L von l mit g, heisst Lotfusspunkt des Lotes von P auf g. Unter dem Lot von P auf g, versteht man die Strecke $\overline{PL}$.

Viereck Es seien A,B,C,D vier komplanare Punkte, von denen je drei nicht kollinear sind. Unter dem Viereck ABCD versteht man die Vereinigungsmenge der Strecken AB,BC,CD,AD.

Winkelhalbierende Es seienp, w, q , drei Halbgeraden ein und derselben Ebene mit dem gemeinsamen Anfangspunkt$S$. Die Halbgerade w ist die Winkelhalbierende des Winkels$\angle pq$, wenn$w$ im Inneren von $\angle pq$ liegt und die beiden Winkel $\angle pw$und $\angle wq$dieselbe Grösse haben. Die Winkelhalbierende eines Winkels α ist die Menge aller Punkte aus dem Inneren von α , die zu den Schenkeln von α ein und denselben Abstand haben.

Kongurenz = Gleich

Inkreis Ein Kreis, der alle drei Seiten eines Dreiecks in jeweils genau einem Punkt berührt, heisst Inkreis des Dreiecks.

Durchmesser Kreis: Eine Strecke, die durch den Mittelpunkt eines Kreises k geht und deren Endpunkte auf diesem Kreis k liegen, heisst Durchmesser von k.

Kreissehne . Wenn A und B zu dem Kreis k gehören, wird die Strecke $\overline{AB}$ Kreissehne des Kreises k genannt.

Sehnenviereck Ein Viereck, dessen Eckpunkte auf demselben Kreis k liegen. Ein Viereck, zu dem ein Umkreis existiert, heisst Sehnenviereck.

Tangentenviereck Wenn die Seiten eines Vierecks auf Tangenten an ein und denselben Kreis liegen, dann ist das Viereck ein Tangentenviereck

gleichschenkliges Trapez Ein Trapez mit einem Umkreis ist ein gleichschenkliges Trape

Parallelogramm Ein Viereck mit zwei Paaren paralleler Seiten.

Raute Eine Raute ist ein Viereck, dessen Seiten gleichlang sind.

Drache: Ein Viereck, bei dem eine Diagonale Symmetrieachse ist, heisst Drache

Sätze

Basiswinkelsatz In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel kongruent zueinander. Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist, dann sind seine Basiswinkel kongruent zueinander.

Umkehrung Basiswinkelsatz Wenn in einem Dreieck zwei Innenwinkel Dreiecks kongruent zueinander sind, dann ist dieses Dreieck ein gleichschenkliges Dreieck. Wenn ein Dreieck zwei zueinander kongruente Innenwinkel hat, dann ist das Dreieck gleichschenklig.

Kriterium Ein Dreieck ist genau dann gleichschenklig, wenn zwei Innenwinkel kongruent sind.

Innenwinkelsumme im Dreieck In jedem Dreieck beträgt die Summe der Grössen der Innenwinkel180°.

Stufenwinkelsatz Es seien a und b zwei zueinander parallelen Geraden, die durch eine dritte Gerade c geschnitten werden. Die bei diesem Schnitt entstehenden Stufenwinkel sind kongruent.

Stufenwinkeln an geschnitten Parallelen sind gleich gross.

Umkehrung Stufenwinkelsatz Wenn die beiden Stufenwinkel α und β kongruent zueinander sind, dann sind die Geraden$a$ und $b$parallel zueinander.

Satz Peripheriewinkelsatz Wenn zwei Peripheriewinkel ein und desselben Kreises über derselben Sehne dieses Kreises liegen, dann sind sie zueinander kongruent.

Satz des Thales Jeder Peripheriewinkel über einem Durchmesser ist ein Rechter

Voraussetzung (1):$\overline{AB}$ ist Durchmesser von k Voraussetzung (2): C Element k Behauptung: $\gamma = 90°$

Umkehrung Thales: Wenn α ein rechter Winkel über dem Durchmesser$\overline{AB}$ eines Kreises k ist, dann ist der Scheitelpunkt S von α ein Punkt des Kreises k.

Voraussetzung (1): $\alpha = 90°$ Voraussetzung (2): $\overline{AB}$ist Durchmesser Behauptung: S Element k

Umkehrung: Wenn α ein rechter Peripheriewinkel über der Sehne $\overline{AB}$ eines Kreises k ist, dann ist $\overline{AB}$ ein Durchmesser des Kreises k.

Voraussetzung (1): $\alpha = 90°$ Voraussetzung (2): α ist Peripheriewinkel von k Behauptung: α ist Peripheriewinkel über Durchmesser von k

Zentriwinkel-Peripheriewinkelsatz Jeder Umfangswinkel (Peripheriewinkel) ist halb so gross wie sein zugehöriger Mittelpunktswinkel (Zentriwinkel)

Achsensymmetrisches Dreieck Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist, dann ist es auch achsensymmetrisch

Dreieck Innenwinkelsumme 180° In jedem Dreieck beträgt die Summe der Grössen der Innenwinkel 180°.

Existenz und Eindeutigkeit des Mittelpunkts einer Strecke Jede Strecke hat genau einen Mittelpunkt

1. Existenzbeweis: Jede Strecke hat einen Mittelpunkt

2. Eindeutigkeitsbeweis: Jede Strecke hat nicht mehr als einen Mittelpunkt

Existenz und Eindeutigkeit der Mittelsenkrechten Jede Strecke hat in jeder Ebene, zu der die Strecke vollständig gehört, genau eine Mittelsenkrechte.

Existenz von Parallelen Wenn$P$ ein Punkt ausserhalb der Geraden g ist, dann gibt es eine Gerade$h$, die durch Pgeht und parallel zu $g$ist.

Satz über die gegenüberliegenden Winkel im Sehnenviereck In jedem Sehnenviereck sind die gegenüberliegenden Innenwinkel supplementär

Umkehrung Wenn sich die gegenüberliegenden Winkel in einem Viereck zu 180° ergänzen, dann ist dieses Viereck ein Sehnenviereck

Kriterium Ein Viereck ist genau dann ein Sehnenviereck, wenn sich seine gegenüberliegenden Innenwinkel zu 180° ergänzen

schwacher Aussenwinkelsatz Die Grösse eines jeden Aussenwinkels eines Dreiecks ist jeweils grösser als die Grösse eines jeden Innenwinkels dieses Dreiecks, der kein Nebenwinkel zu dem gewählten Aussenwinkel des Dreiecks ist. In einem Dreieck sind die Aussenwinkel des Dreiecks jeweils grösser als die beiden nichtanliegenden Innenwinkel des Dreiecks.

Der grösseren Seite liegt der grössere Winkel gegenüber/Dem grösseren Winkel liegt die grössere Seite gegenübe

Existenz und Eindeutigkeit des Lotes Zu jedem Punkt P ausserhalb einer Geradeng gibt es genau ein Lot von P auf g.

Winkelhalbierende Satz: Wenn ein Punkt P aus dem Inneren des Winkels $I(ASB)$ zu den Schenkeln SA+ und SB+ ein und denselben Abstand hat, dann gehört P zur Winkelhalbierenden w des Winkels ASB.

Umkehrung : Jeder Punkt der Winkelhalbierenden eines Winkels α hat zu den Schenkeln von α jeweils ein und denselben Abstand

Kriterium: Es sei P ein Punkt aus dem Inneren des Winkels α . P ist genau dann ein Punkt der Winkelhalbierenden von α , wenn er zu den Schenkeln von α jeweils ein und denselben Abstand hat.

gegenüberliegenden Winkel eines Sehnenvierecks Wenn ein Viereck ein Sehnenviereck ist, dann sind seine gegenüberliegende Innenwinkel supplementär.

Umkehrung: Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Winkel supplementär sind, dann ist das Viereck ein Sehnenviereck.

Kriterium: Ein Viereck ist genau dann Sehnenviereck, wenn seine gegenüberliegenden Innenwinkel supplementär sind. Ein Viereck ist genau dann ein Sehnenviereck, wenn sich seine gegenüberliegende Innenwinkel zu 180° ergänzen.

Dreieckstransversalen: Umkreis eines Dreiecks: Schnittpunkt der Mittelsenkrechten eines Dreiecks ist der Umkreismittelpunkt.

Inkreis eines Dreiecks: Schnittpunkt der Winkelhalbierenden eines Dreiecks ist der Inkreismittelpunkt. Die Seiten des Dreiecks sind Tangenten an den Inkreis. Seitenhalbierenden eines Dreiecks: Schnittpunkt der Seitenhalbierenden eines Dreiecks ist der Schwerpunkt des Dreiecks. HÄ¶hen eines Dreiecks: Die HÄ¶hen des Dreiecks (Lote der Eckpunkte) schneiden sich in einem Punkt.

Absolute Geometrie:- Existenz und Eindeutigkeit des Mittelpunktes einer Strecke AB,- Existenz und Eindeutigkeit der Mittelsenkrechten einer Strecke AB ,-Existenz und Eindeutigkeit der Senkrechten durch P zu g,- Existenz und Eindeutigkeit des Lotes von P auf g , - Mittelsenkrechtenkriterium,- Winkelhalbierendenkriterium,- Seiten Winkelbeziehungen im Dreieck,-,- Umkehrung Stufenwinkelsatz Umkehrung Wechselwinkelsatz ,- WSW-Kongruenzsatz ,- SSS- Kongruenzsatz ,- Basiswinkelsatz und seine Umkehrung,- schwacher Aussenwinkelsatz , - gr. Winkel - gr. Seite Beziehung + Umkehrung ,-Umkehrung Satz über entgegengesetzt liegende Winkel im Sehnenviereck ⇒ - Existenz von Parallelen,- Jedes Dreieck hat zwei spitze Winkel

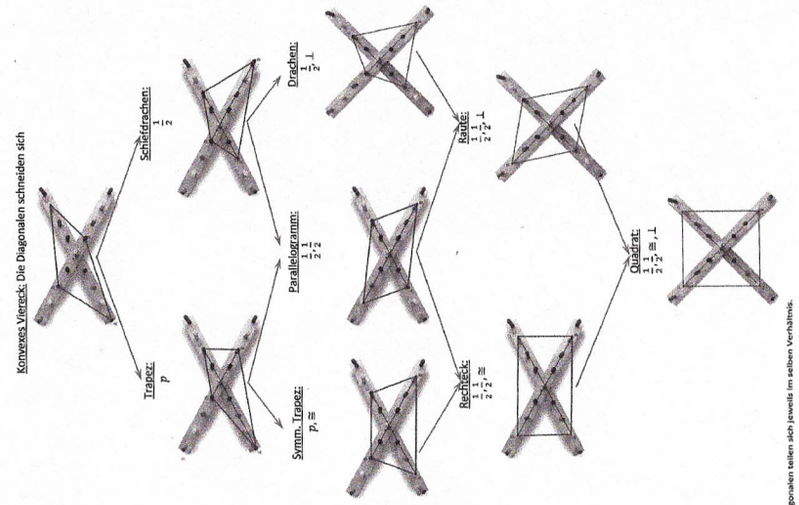
euklidische Geometrie: Es sei g eine Gerade und P nicht Element von g. Es gibt höchstens eine Gerade h mit P Element h und h parallel zu g.

-Stufenwinkelsatz (Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen sind kongruent.), -Wechselwinkelsatz ,-Satz über entgegengesetzt liegende Winkel ,-starker Aussenwinkelsatz (Jeder Aussenwinkel eines Dreiecks ist so gross, wie die beiden nichtanliegenden Innenwinkel dieses Dreiecks) ,-Satz über die Innenwinkelsumme im Dreieck (In jedem Dreieck ist die Summe der Grössen der Innenwinkel kleiner oder gleich 180°) ,-Höhenpunktsatz ,- Satz(Schnittpunkt der Mittelsenkrechten eines Dreiecks) ⇒ Existenz und Eindeutigkeit der Seitenhalbierenden im Dreieck (wird mit dem EP begründet!) ⇒ Satz(Schnittpkt Seitenhalbierende eines Dreiecks) ⇒ Satz über gegenüberliegende Winkel im Sehnenviereck ⇒ Satz des Thales + Umkehrungen ⇒ Zentri- Peripeniewinkelsatz

Morgan-Gesetze:
1.$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$
2.)$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$
/1. $A \quad (B \cap C) = (A \quad B) \cup (A \quad C)$ und 2. $A\ (B \cup C) = (A\ B) \cap (A\ C)n$
Weitere wichtige Gesetze sind: 1.$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ 2.$\neg\neg A \Leftrightarrow A$ 3.$A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$

1. a) $A \cap \emptyset = \emptyset$ b) $A \cup \emptyset = A$ 2. a) $A \cap A = A$ b) $A \cup A = A$ 3. a) $A \cap B = B \cap A$ b)$A \cup B = B \cup A$ (Kommutativgesetze) 4. a)$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ b) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (Assoziativgesetze) 5. a) $A \cap B \subseteq Ab)A \subseteq A \cup B$ 6. a) $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$ b) $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$ 7. a) $A \subseteq B \wedge A \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq B \cap C$ b) $A \subseteq C \wedge B \subseteq C \Leftrightarrow A \cup B \subseteq C$ 8. a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ b)$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (Distributivgesetz)

IA: IS; IV:n=k IB



p Die Diagonalen teilen sich jeweils im selben Verhältnis.
1/2 Eine Diagonale halbiert die andere.
≡ Die Diagonalen sind kongruent zueinander.
⊥ Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.