

## 2 Übungsaufgaben Serie II zum 20. November 2020

### Aufgabe 2.1

*Ein Beweis aus der Zahlentheorie*

#### **Satz 2.1**

*Jeder Teiler  $t$  einer natürlichen Zahl  $a$  ist auch ein Teiler aller Vielfachen  $v$  von  $a$ .*

- Formulieren Sie Satz 2.1 in „Wenn-Dann“ Formulierung.*
- Formulieren Sie Satz 2.1 möglichst formal mittels formaler mathematischer Zeichensprache.*
- Geben Sie ein Beispiel für die Gültigkeit von Satz 2.1 an.*
- Beweisen Sie den Satz 2.1.*

### Aufgabe 2.2

*Dreieckskongruenzsätze*

- Formulieren Sie die Dreieckskongruenzsätze SSS, WSW und SWS als Implikationen in der Form „Wenn-Dann“.*
- Formulieren Sie die Umkehrungen Dreieckskongruenzsätze SSS, WSW und SWS als Implikationen in der Form „Wenn-Dann“.*
- Auch die Umkehrungen der Dreieckskongruenzsätze sind wahr. Formulieren Sie die Dreieckskongruenzsätze als Äquivalenzen.*
- Illustrieren Sie die Dreieckskongruenzsätze mittels Skizzen.*
- In der Schule konstruieren die Schüler Dreiecke nach den Dreieckskongruenzsätzen. Formulieren Sie zu jedem der drei genannten Dreieckskongruenzsätze eine konkrete Konstruktionsaufgabe.*
- Formulieren Sie schülergerechte Konstruktionsbeschreibungen für Dreieckskonstruktionen nach den genannten Dreieckskongruenzsätzen.*

**Aufgabe 2.3**

Trapeze

a) Definieren Sie den Begriff *Trapez* mittels der Relation der Parallelität von Geraden bzw. Strecken.

b) **Satz 2.2**

Diagonaleigenschaft von Trapezen

Die Diagonalen eines Trapezes teilen einander im selben Verhältnis.

Formulieren Sie Satz 2.2 in der Form „Wenn-Dann“.

c) Wir betrachten das Trapez  $\overline{ABCD}$  mit

$$A = (0, 0), B = (10, 0), C = (5, 5), D = (0, 5).$$

Zeichnen Sie  $\overline{ABCD}$  in ein kartesisches Koordinatensystem und verifizieren Sie Satz 2.2

(a) durch Ausmessen

(b) rechnerisch.

d) Beweisen Sie Satz 2.2. Hinweis: Strahlensätze sind hilfreich.

e) Klaus definiert:

**Definition 2.1**

Trapez

Ein Viereck, dessen Diagonalen einander im selben Verhältnis schneiden, heißt Trapez.

Beweisen Sie die Korrektheit von Definition 2.1.

**Aufgabe 2.4**

Trapeze auf dem Heidelberger Winkelkreuz

Unter [http://heidelberger-winkelkreuz.de/?page\\_id=62](http://heidelberger-winkelkreuz.de/?page_id=62) finden Sie eine mit Geogebra erstellte Applikation zum Heidelberger Winkelkreuz (HWK). Default ist beim ersten Besuch der Seite das Viereck (Blau, Orange, Gelb, Lila) bzw.  $(B, O, G, L)$  gespannt.

a) Wir verändern den Winkel zwischen den Schenkeln des HWK nicht. Wie viele verschiedene Trapeze, die keine Parallelogramme und keine symmetrischen Trapeze sind, kann man jetzt spannen. Beschreiben Sie die Trapez durch Angabe der zum Spannen verwendeten Farbwerte.

b) Beweisen Sie Ihre Aussage aus Teilaufgabe a).

**Aufgabe 2.5**

Parallelogrammdefinitionen

**Definition 2.2**

*Streifendefinition*

Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten jeweils parallel zueinander sind, dann ist das Viereck ein Parallelogramm.

**Definition 2.3**

*Stäbchendefinition*

Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten jeweils kongruent zueinander sind, dann ist das Viereck ein Parallelogramm.

In der Vorlesung wurde bewiesen, dass aus der Streifendefinition die Stäbchendefinition folgt. Beweisen Sie, dass umgekehrt aus der Stäbchendefinition die Streifendefinition folgt.

**Aufgabe 2.6**

Parallelogramme auf dem HWK

Unter [http://heidelberger-winkelkreuz.de/?page\\_id=62](http://heidelberger-winkelkreuz.de/?page_id=62) finden Sie eine mit Geogebra erstellte Applikation zum Heidelberger Winkelkreuz (HWK). Default ist beim ersten Besuch der Seite das Viereck (Blau, Orange, Gelb, Lila) bzw.  $(B, O, G, L)$  gespannt. Wir ändern den Winkel zwischen den Schenkeln des HWK nicht.

- Wieviele verschiedene Parallelogramme lassen sich bei festem Winkel zwischen den Schenkeln des HWK spannen. Beschreiben Sie alle spannbaren Parallelogramme mittels der entsprechenden Farbwertfolgen.
- Verallgemeinern Sie die Farbwertfolgen der auf dem HWK spannbaren Parallelogramme.
- Interpretieren Sie die Verallgemeinerung der vorangegangenen Teilaufgabe und definieren Sie den Begriff Parallelogramm mittels dieser Verallgemeinerung.
- Beweisen Sie, dass Ihre Parallelogrammdefinition zu den Definitionen aus Aufgabe 2.5 äquivalent ist.