Übungsaufgaben, Einführung in die Geometrie SoSe 2013, Serie 2

Woche vom 29. April bis 05. Mai 2013

Aufgabe 2.01 SoSe 2013

Ergänzen Sie die Lücken durch Verwendung von

- *notwendig aber nicht hinreichend*
- *hinreichend aber nicht notwendig*
- *hinreichend*
- *notwenig*
- *notwendig und hinreichend.*
- *weder notwendig noch hinreichend*

Sollten mehrere diesbezügliche Auswahlmöglichkeiten bestehen, verwenden Sie die schärfste der möglichen Formulierungen.

1 Dafür, dass t die Summe $a + b$ teilt, ist es ... , dass t sowohl a als auch b teilt. $(t, a, b \in \mathbb{N})$

2 Dafür, dass $\overline{ABCD}$ ein Rechteck ist, ist es ... , dass $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ gilt.

3 Dafür, dass ein Dreieck $\overline{ABC}$ rechtwinklig ist, ist es ... , dass kein Innenwinkel von $\overline{ABC}$ größer als $90°$ ist.

4 Dafür, dass ein Dreieck $\overline{ABC}$ stumpfwinklig ist, ist es ... , dass ein Innenwinkel von $\overline{ABC}$ größer als $90°$ ist.

5 Dafür, dass ein Dreieck rechtwinklig ist, ist es ... , dass der Mittelpunkt seines Umkreises der Mittelpunkt einer seiner Seiten ist.

6 Dafür dass ein Viereck ein Rechteck ist, ist es ... , dass alle seine Seiten gleichlang sind.

7 Dafür dass ein Viereck ein Rechteck ist, ist es ... , dass es einen rechten Innenwinkel hat und alle seine Seiten gleichlang sind.

Lösung von Aufgabe 2.01 SoSe 2013

1 Dafür, dass t die Summe $a+b$ teilt, ist es `hinreichend aber nicht notwendig`, dass t sowohl a als auch b teilt. $(t, a, b \in \mathbb{N})$

2 Dafür, dass $\overline{ABCD}$ ein Rechteck ist, ist es `weder notwendig noch hinreichend`, dass $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ gilt.

3 Dafür, dass ein Dreieck $\overline{ABC}$ rechtwinklig ist, ist es `notwendig aber nicht hinreichend`, dass kein Innenwinkel von $\overline{ABC}$ größer als 90° ist.

4 Dafür, dass ein Dreieck $\overline{ABC}$ stumpfwinklig ist, ist es `notwendig und hinreichend`, dass ein Innenwinkel von $\overline{ABC}$ größer als 90° ist.

5 Dafür, dass ein Dreieck rechtwinklig ist, ist es `notwendig und hinreichend`, dass der Mittelpunkt seines Umkreises der Mittelpunkt einer seiner Seiten ist.

6 Dafür dass ein Viereck ein Rechteck ist, ist es `weder notwendig noch hinreichend`, dass alle seine Seiten gleichlang sind.

7 Dafür dass ein Viereck ein Rechteck ist, ist es `hinreichend aber nicht notwendig`, dass es einen rechten Innenwinkel hat und alle seine Seiten gleichlang sind.

Aufgabe 2.02 SoSe 2013

Unter einem Trapez wollen wir ein Viereck verstehe, das ein Paar zueinender paralleler Seiten hat. Es sei $\overline{ABCD}$ ein Trapez. Formulieren Sie

1. eine zwar hinreichende aber nicht notwendige Bedingung dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt,
2. eine hinreichende und notwendige Bedingung dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt,
3. eine notwendige aber nicht hinreichende Bedingung dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt,
4. ein Kriterium dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt.

Lösung von Aufgabe 2.02 SoSe 2013

1. Dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt, ist es hinreichend aber nicht notwendig, `dass` $\overline{ABCD}$ `ein Rechteck ist.`
2. Dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt, ist hinreichend und notwendig, `dass` $\overline{ABCD}$ `einen Umkreis hat.`

3. Dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt, ist es notwendige aber nicht hinreichend, dass $\overline{ABCD}$ `ein Paar zueinander kongruenter Seiten hat.`

4. ein Kriterium dafür, dass $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ gilt: `siehe 2. ein Kriterium ist eine hinreichende und notwendige Bedingung.`

Aufgabe 2.03 SoSe 2013

Definieren Sie den Begriff Parallelogramm

1 nur unter Verwendung der Eigenschaften der Seitenlängen von Parallelogrammen,

2 unter Verwendung Semantik der Begriffsbezeichnung,

Lösung von Aufgabe 2.03 SoSe 2013

1 Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten kongruent zueinander sind, so ist das Viereck ein Parallelogramm.

2 Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten parallel zueinander sind, so ist das Viereck ein Parallelogramm.

Aufgabe 2.04 SoSe 2013

Sie haben einen Klassensatz Heidelberger Winkelkreuze. Mit dem Heidelberger Winkelkreuz lassen Sie Ihre Schüler nur Parallelogramme spannen. Danach sollen sie eine Regel entwickeln, welche Stifte auf den Schenkeln des Kreuzes auszuwählen sind, damit ein Parallelogramm gespannt wird. Sie dürfen davon ausgehen, dass die vier Schenkel des Kreuzes nummeriert sind und alle die Stifte, die denselben Abstand zum Drehpunkt des Kreuzes haben, mit derselben Farbe angestrichen wurden: Rot, Grün, Blau, Gelb (von innen nach außen).

1 Wie könnte diese Regel formuliert sein?

2 Formulieren Sie eine Definition des Begriffs Parallelogramm, der sich unmittelbar aus dieser Regel ergibt.

Lösung von Aufgabe 2.04 SoSe 2013

1 Spanne ein Viereck $\overline{ABCD}$ derart, dass A auf Schenkel 1, B auf Schenkel 2, C auf Schenkel 3 und D auf Schenkel 4 liegt. Ferner mögen die Stifte für A und C und die Stifte für B und D jeweils dieselbe Farbe haben.

2 Wenn sich in einem Viereck die Diagonalen gegenseitig halbieren, dann ist das Viereck ein Parallelogramm.

Aufgabe 2.05 SoSe 2013

Aus der Grundschule sei Ihren Schülern der Begriff der *Symmetrieachse* bekannt. Mit Ihrer 6. Klasse wollen Sie den Begriff der *Mittelsenkrechten* einer Strecke erarbeiten. Hierzu lassen Sie die Schüler auf ein Blatt Papier möglichst zentral auf dem Blatt eine beliebige hinreichend lange Strecke $\overline{AB}$ zeichnen.

1. Formulieren Sie einen Arbeitsauftrag für Ihre Schüler der auf die Erarbeitung des Begriffes *Mittelsenkrechte* hinausläuft.

2. Formulieren Sie eine Definition des Begriffs *Mittelsenkrechte* unter Verwendung des bereits bekannten Begriffs der *Symmetrieachse*.

Lösung von Aufgabe 2.05 SoSe 2013

1. Falte das Blatt derart, dass der Punkt A mit dem Punkt B zur Deckung kommt.

2. Die Mittelsenkrechte einer Strecke ist die Symmetrieachse der Strecke, auf der nicht die Endpunkte der Strecke liegen.

Aufgabe 2.06 SoSe 2013

In gewisser Weise lassen sich Definitionen als Handlungsanleitungen zur Generierung von Repräsentanten des zu definierenden Begriffs formulieren. Derartig formulierte Definitionen heißen *genetisch operative Definitionen.* Formulieren Sie eine genetisch operative Definition des Begriffs *Umkreis eines Dreiecks.*

Lösung von Aufgabe 2.07 SoSe 2013

Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck. Der Umkreis von $\overline{ABC}$ ist der Kreis, den man erhält, wenn man den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ als Mittelpunkt des Kreises und den Abstand dieses Punktes zu A als Radius wählt.

Aufgabe 2.07 SoSe 2013

Definition 1 (*konvexes Viereck*)

> *Ein Viereck heißt konvex, wenn es keinen überstumpfen Innenwinkel hat.*

Formulieren Sie ein Diagonalenkriterium für konvexe Vierecke. (Ein Beweis der Korrektheit Ihres Kriteriums ist nicht gefordert.)

Lösung von Aufgabe 2.07 SoSe 2013

Ein Viereck ist genau dann konvex, wenn sich sein Diagonalen schneiden.

Aufgabe 2.08 SoSe 2013

Was wurde mit der folgenden Menge M definiert?

Definition 2 (*M*)

> *Es sei $s \in \mathbb{R}, s > 0$ und M ein beliebiger Punkt.* $M := \{P||PM| < s\}$.

Lösung von Aufgabe 2.08 SoSe 2013

Inneres der Kugel mit dem Mittelpunkt M und dem Radius s.

Aufgabe 2.09 SoSe 2013

Es seien M und N zwei Mengen. Definieren Sie:

1. $M \cup N$ und
2. $M \cap N$

Lösung von Aufgabe 2.09 SoSe 2013

1. $M \cup N := \{e|e \in M \vee e \in N\}$
2. $M \cap N := \{e|e \in M \wedge e \in N\}$

Aufgabe 2.10 SoSe 2013

Ein Drehellipsoid erhält man, wenn man eine Ellipse um die Gerade, die durch ihre beiden Brennpunkte F_1 und F_2 eindeutig bestimmt ist, rotieren lässt. Ergänzen Sie:

Definition 3 (*Drehellipsoid*)

> *Es seien F_1 und F_2 zwei Punkte. Ferner sei a eine positive reelle Zahl. Unter einem Drehellipsoid versteht man die Menge aller Punkte P, mit ...*

Lösung von Aufgabe 2.10 SoSe 2013

Unter einem Drehellipsoid versteht man die Menge aller Punkte P,
mit $|PF_1| + |PF_2| = a$