

Aufgabe G.1: Definitionen, Begriffsbildungen

a) Definieren Sie den Begriff konvexe Punktmenge. (2 Punkte)

(erreichte Punkte:)

b) Definieren Sie den Begriff *gleichschenkliges Trapez*. (2 Punkte)

(erreichte Punkte:)

c) Formulieren Sie eine Konventionaldefinition für den Begriff *Mittelsenkrechte* einer Strecke \overline{AB} . (3 Punkte)

(erreichte Punkte:)

d) Welcher Begriff wird im folgenden definiert?

Es seien A und B zwei Punkte und r eine positive reelle Zahl. $\varepsilon := \{P \mid |PA| + |PB| = r\}$.
(2 Punkte)

(erreichte Punkte:)

Name:

Vorname:

WS 17/18

Matrikelnr.:

12.02.18

Geometrie

Aufgabe G.2: Argumentieren, Begründen, Beweisen

a) Es seien a, b, c drei paarweise verschiedene Geraden in der Ebene ε .

Beweisen Sie: $a \parallel b \wedge b \parallel c \Rightarrow a \parallel c$. (3 Punkte)

(erreichte Punkte:)

b) Es gelte $\text{nkoll}(A, B, C) \wedge A \not\equiv B$. Beweisen Sie $B \not\equiv C$. (3 Punkte)

(erreichte Punkte:)

c) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass Halbebenen konvexe Punktmenge sind. Beweisen Sie, dass das Innere eines Winkels konvex ist. (2 Punkte)

(erreichte Punkte:)

Name:

Vorname:

WS 17/18

Matrikelnr.:

12.02.18

Geometrie

Aufgabe G.3: Viereck mit Inkreis

Es sei \overline{ABCD} ein konvexes Viereck mit $\overline{AB} \cong \overline{AD} \wedge \overline{BC} \cong \overline{DC}$.

Man beweise: Es existieren Punkte M, E, F, G, H mit

$E \in \overline{AB} \wedge F \in \overline{BC} \wedge G \in \overline{CD} \wedge H \in \overline{AD} \wedge \overline{EM} \cong \overline{FM} \cong \overline{GM} \cong \overline{HM}$.

(10 Punkte)

(erreichte Punkte:)

Name:

Vorname:

WS 17/18

Matrikelnr.:

12.02.18

Geometrie

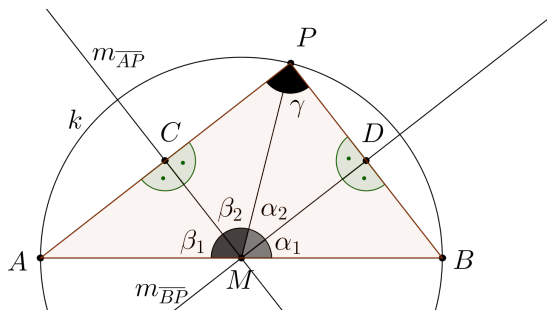
Aufgabe G.4: Viereck mit Umkreis

Beweisen Sie den Satz über die gegenüberliegenden Winkel im Sehnenviereck für den Fall, dass der Mittelpunkt des Umkreises auf einer Seite des Sehnenvierecks liegt. Sie dürfen sich für den Beweis auf Skizzen beziehen. (6 Punkte)

(erreichte Punkte:)

Aufgabe G.5: Beweisen wie die Schüler

Mark beweist den Satz des Thales mit Hilfe der folgenden Abbildung.



Ergänzen Sie den folgenden Beweis von Mark.

Nr.	Beweisschritt	Begründung	Punkte	
(I)	$\overline{MA} \cong \overline{MB} \cong \overline{MP}$...	1	
(II)	konstruieren $m_{\overline{BP}}$ und $m_{\overline{AP}}$, die Mittelsenkrechten von \overline{BP} bzw. \overline{AP}	...	1	
(III)	$M \in m_{\overline{BP}}, M \in m_{\overline{AP}}$...	2	
(IV)	$ \angle BDM = \angle PDM = \angle PCM = \angle ACM = 90^\circ$...	1	
(V)	$\overline{BD} \cong \overline{PD}, \overline{AC} \cong \overline{PC}$...	1	
(VI)	$\overline{MD} \cong \overline{MD}, \overline{MC} \cong \overline{MC}$...	1	
(VII)	$\overline{BMD} \cong \overline{PMD}, \overline{AMC} \cong \overline{PMC}$...	4	
(VIII)	$\alpha_1 \cong \alpha_2, \beta_1 \cong \beta_2$...	1	
(IX)	$ \beta_1 + \beta_2 + \alpha_2 + \alpha_1 = 180^\circ$...	3	
(X)	$ \beta_2 + \alpha_2 = 90^\circ$...	2	
(XI)	$ \beta_2 + \alpha_2 + \angle PDM + \angle PCM + \gamma = 360^\circ$...	1	
(XII)	$90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \gamma = 360^\circ$...	3	
(XIII)	$ \gamma = 90^\circ$...	1	

(erreichte Punkte:)

Name:

Vorname:

Matrikelnr.:

WS 17/18

12.02.18

Geometrie

Platz für weitere Ausführungen

Die Axiome der Euklidischen Geometrie

Inzidenzaxiome

Axiom I.0

Geraden und Ebenen sind Punktmenge.

Axiom I.1 (Axiom von der Geraden)

Zu zwei beliebigen verschiedenen Punkten gibt es genau eine Gerade, die die beiden Punkte enthält.

Axiom I.2

Zu jeder Geraden gibt es (wenigstens) zwei verschiedene Punkte, die dieser Geraden angehören.

Axiom I.3

Es gibt wenigstens 3 paarweise verschiedene Punkte, die nicht kollinear sind.

Axiom I.4

Zu je drei nichtkollinearen Punkten gibt es genau eine Ebene, die diese drei Punkte enthält. Jede Ebene enthält (wenigstens) einen Punkt.

Axiom I.5

Wenn zwei Punkte einer Geraden g in einer Ebene E liegen, so gehört g zu E .

Axiom I.6

Wenn zwei Ebenen einen Punkt gemeinsam haben, so haben sie noch mindestens einen weiteren Punkt gemeinsam. **Axiom I.7**

Es gibt vier paarweise verschiedene Punkte, die nicht komplanar sind.

Abstandsaxiome

Axiom II.1 (Abstandsaxiom)

Zu je zwei Punkten A und B gibt es eine eindeutig bestimmte nicht negative reelle Zahl d mit $d = 0 \Leftrightarrow A = B$.

Axiom II.2

Für zwei beliebige Punkte A und B gilt $|AB| = |BA|$.

Axiom II/3 (Dreiecksungleichung)

Für drei beliebige Punkte A, B und C gilt $|AB| + |BC| \geq |AC|$.

Falls koll(ABC), dann ist eine der folgenden Gleichungen erfüllt

$$\begin{aligned} |AB| + |BC| &= |AC| \\ |AC| + |CB| &= |AB| \\ |BA| + |AC| &= |BC| \end{aligned}$$

Ist umgekehrt eine dieser drei Gleichungen erfüllt, so sind A , B und C kollinear.

Axiome der Anordnung

Axiom III.1 (Axiom vom Lineal)

Zu jeder nicht negativen reellen Zahl d gibt es auf jedem Strahl p genau einen Punkt, der zum Anfangspunkt von p den Abstand d hat.

Axiom III.2 (Das Axiom von Pasch)

Name:

Vorname:

WS 17/18

Matrikelnr.:

12.02.18

Geometrie

Gegeben sei ein Dreieck \overline{ABC} . Ferner sei g eine Gerade, die durch keinen der drei Eckpunkte A, B, C geht. Wenn g eine der drei Seiten des Dreiecks \overline{ABC} schneidet, dann schneidet g genau eine weitere Seite des Dreiecks \overline{ABC} .

Axiome der Winkelmessung

Axiom IV.1 (Winkelmaßaxiom)

Zu jedem Winkel α gibt es genau eine reelle Zahl ω zwischen 0 und 180.

Axiom IV.2 (Winkelkonstruktionsaxiom)

Es sei $g \equiv SA$ eine Gerade in der Ebene E . Zu jeder reellen Zahl ω mit $0 < \omega < 180$ gibt es in jeder der beiden durch g bestimmten Halbebenen der Ebene E genau einen Strahl SB^+ mit $|\omega| = |\angle ASB|$

Axiom IV.3 (Winkeladditionsaxiom)

Wenn der Punkt P zum Inneren des Winkels $\angle ASB$ gehört, dann gilt $|\angle ASP| + |\angle PSB| = |\angle ASB|$.

Axiom IV.4 (Supplementaxiom)

Nebenwinkel sind supplementär.

Das Kongruenzaxiom

Axiom V (Kongruenzaxiom SWS)

Wenn für zwei Dreiecke \overline{ABC} und \overline{DEF} die folgenden 3 Kongruenzen

$$\begin{aligned}\overline{AB} &\cong \overline{DE} \\ \overline{AC} &\cong \overline{DF} \\ \angle CAB &\cong \angle FDE\end{aligned}$$

gelten,

dann sind die beiden Dreiecke \overline{ABC} und \overline{DEF} kongruent zueinander.

Euklidisches Parallelenaxiom

Axiom EP

Zu jedem Punkt P außerhalb einer Geraden g gibt es höchstens eine Gerade h , die durch P geht und zu g parallel ist.