9 Übungsaufgaben Serie IX, Übungsklausur

Vorbemerkungen

- Diese Serie an Übungsaufgaben entspricht zu 100% dem Umfang und etwa zu 90% dem zu erwartenden Schwierigkeitsgrad des Geometrieteils der Klausur Mat01 die am 29. Juli 2020 geschrieben wird.
- Der etwas geringere fachliche Schwierigkeitsgrad bezieht sich dabei vor allem auf die Aufgaben 9.5 und 9.6.
- Sie sollten derzeit die Aufgaben in 40 Minuten lösen können. (In der Prüfungs selbst wären es dann 20 Minuten, aber wir sind ja noch in der Vorbereitungsphase).
- Das Runter- und Hochladen ist in dieser Zeit nicht einbegriffen.
- Die Aufgaben 9.5 und 9.6 sind einzeln gesehen mit relativ wenig Aufwand zu lösen. In der Klausur wäre anstelle dieser beiden Aufgaben eher eine Aufgabe mit für sich genommen höherem Lösungsaufwand zu erwarten. Der Schwierigkeitsgrad würde sich dabei noch etwas erhöhen. Wie gesagt, wir sind noch in der Vorbereitungsphase.

Aufgabe 9.1

Definieren Sie die Begriffe:
(Die Begriffe Inkreis bzw. Umkreis dürfen Sie als definiert voraussetzen.)

a) Viereck (n-Eck sei noch nicht definiert) (*3 Punkte*)

$A \neq B \neq C \neq D \neq A$
$\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup DA := \overline{ABCD}$

b) Raute unter Verwendung des Begriffes Kreis (*2 Punkte*)

Ein Viereck mit gleichlangen Seiten und einem Inkreis, nennt man Raute.

c) Quadrat unter Verwendung des Oberbegriffs Drachen (*2 Punkte*)

Ein Drache mit gleich langen Seiten und wenigstens einen Rechten Winkel, nennt man Quadrat

d) regelmäßiges Fünfeck (Fünfeck sei bereits definiert) (*2 Punkte*)

Ein Fünfeck mit fünf gleichlangen Seiten und fünf gleichgroßen Innenwinkeln, nennt man regelmäßiger Fünfeck

e) regelmäßiges n-Eck (n-Eck sei bereits definiert) (*2 Punkte*)

Ein n-Eck dessen Seiten und Winkel kongruent sind, nennt man regelmäßiges n-Eck

Aufgabe 9.2

Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{AC}$.

Beweisen Sie in der absoluten Geometrie:

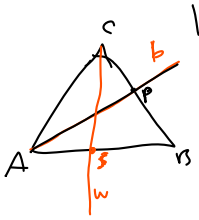
$$\angle CAB \cong \angle ABC \cong \angle BCA$$

(*4 Punkte*)

Beweis: V_1 $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ $\quad B: \angle CAB \cong \angle BCA \cong ABC$

V_2 $\overline{BC} \cong \overline{AC}$

V_3 $\overline{AC} \cong \overline{AB}$



Teil 1

(1) konstruiere w (Winkelhalbierende von $\angle ACB$)

(2) $S \in \overline{AB}$ (Geschichten aus dem Innern)

(3) $\overline{CS} \cong \overline{CS}$ (Trivial)

(4) $\angle ACS \cong \angle BCS$ (1)

(5) $\overline{ACS} \cong \overline{CSB}$ (SWS) (V_2)(3)(4)

(6) $\angle CAB \cong \angle CBA$ (5)

Teil 2

(7) konstruiere Winkelhalbierende b

(8) – (12) analog zu (2) – (5) (Teil 1)

(13) $\angle ACB \cong \angle ABC$ (analogie)

(14) $\angle ACB \cong \angle CAB \cong \angle BAC$ (6)(13)

Aufgabe 9.3

Es seien A, B, C drei Punkte. Beweisen Sie:

$$\text{nkoll}(A, B, C) \Rightarrow A \not\equiv B$$

(*2 Punkte*)

V_1: nkoll(A,B,C) B $A \not\equiv B$

Beweis: V_2 $|AB|+|BC| \geq |AC|$

Annahme $A \equiv B$

Axiom I.2

$\Rightarrow |AC| = |BC|$

$\Rightarrow$ koll(ABC) $\lightning V_1$

Aufgabe 9.4

Formulieren Sie die Umkehrung und die Kontraposition der Implikation aus Aufgabe 9.3 und geben Sie deren Wahrheitswerte an. (*3 Punkte*)

Umkehrung:

$A \not\equiv B \Rightarrow$ nkoll(A,B,C)

(b) $\Rightarrow$ (a)

Kontraposition:

$A \equiv B \Rightarrow$ koll(ABC)

Wahrheitswerte:

a	b	¬a	¬b	b ⇒ a	¬b ⇒ ¬a
w	w	f	f	w	w
w	f	f	w	w	f
f	w	w	f	f	w
f	f	w	w	w	w

Aufgabe 9.5

Es seien A, B und C drei nicht kollineare Punkte. Ferner seien

a) m_a die Mittelsenkrechte von $\overline{BC}$,

b) m_b die Mittelsenkrechte von $\overline{AC}$,

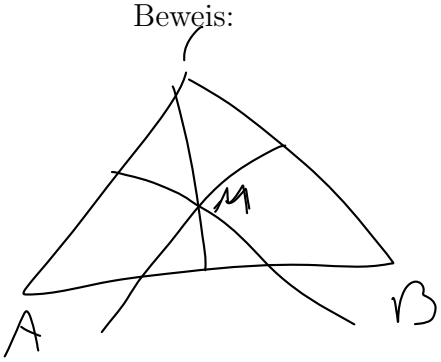
c) m_c die Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$.

Beweisen Sie:

$$m_c \cap m_b = \{M\} \Rightarrow M \in m_a$$

(*4 Punkte*)

Beweis:



Aufgabe 9.6

Definition 9.1

Drachen
Wenn für ein Vierecke $\overline{ABCD}$ $\overline{AD} \cong \overline{AB} \wedge \overline{CB} \cong \overline{CD}$ gilt, dann ist das Viereck ein Drachen.

Beweisen Sie den folgenden Satz:

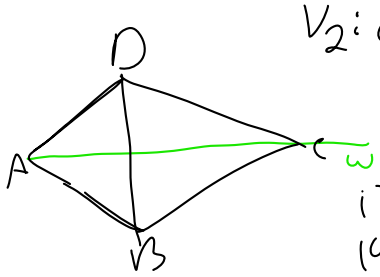
Satz 9.1

Ein Viereck ist dann und nur dann ein Drachen, wenn eine seiner Diagonalen auf der Mittelsenkrechten der anderen Diagonalen liegt.

(*6 Punkte*)

Lösung von Aufgabe 9.6: V_1: $\overline{AD} \cong \overline{AB}$ $\quad$ B $\overline{AC}$ mittelsenkrechte von $\overline{BD}$

V_2: $\overline{CB} \cong \overline{CD}$



(1) Konstruiere ω (Winkelhalbierende von ∠DAB)

(2) $C \in \omega$ (Geschichten aus dem Inneren)

(3) $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ (Trivial)

(4) $\angle DAC \cong \angle BAC$ (1)

(5) $\overline{ABC} \cong \overline{ADC}$ (SWS) (V) (3) (4)

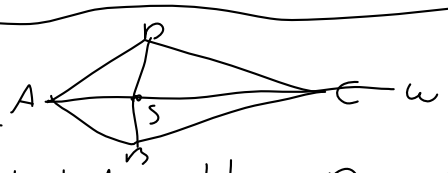
(6) Lot vom D auf $\overline{AC}$
$\Rightarrow S \in \overline{AC} = \overline{DS}$ ist Lot von D auf $\overline{AC}$

(7) Lot von B auf $\overline{AC}$ (analog zu (6))

(8) $\overline{DS} \cong \overline{BS}$ (7) (6) (5) (V)

(9) $\overline{AC}$ mittelsenkrechte von $\overline{DB}$ (8)

ODER



(1) $\overline{ABD}$ ist gleichschenkliges Drieck (V)

(2) Winkelhalbierende ω von ∠BAD

(3) $S \in \overline{BD}$ (Geschichten aus dem Inneren) (2)

(4) $\overline{AS} \cong \overline{AS}$ (Trivial)

(5) $\angle DAS \cong BAS$ (2)

(6) $\overline{ADS} \cong \overline{ABS}$ (SWS) (V) (4) (5)

(7) $\overline{DS} \cong \overline{SB}$ (6)

(8) $\angle ASD \cong \angle BSA$ (6) (homologe NW)

Platz für weitere Ausführungen