Aufgabe G.1: Definitionen, Begriffsbildungen

a) Gothicfan Chris definiert. „Wenn ein Viereck einen überstumpfen Innenwinkel hat, dann heißt es *Wolfseck*“. Wie wird die Menge der Wolfsecke üblicherweise genannt? `(1 Punkt)`

`(erreichte Punkte: )`

---

b) Definieren Sie den Begriff *Außenwinkel eines Dreiecks*. `(2 Punkte)`

`(erreichte Punkte: )`

---

c) Definieren Sie den Begriff *Raute* mittels eines nächsthöheren Oberbegriffs über die *Diagonaleneigenschaften* als *Konventionaldefinition*. `(3 Punkte)`

`(erreichte Punkte: )`

---

d) Definieren Sie den Begriff gleichschenkliges Trapez unter Verwendung des Begriffs Sehne. `(2 Punkte)`

`(erreichte Punkte: )`

Aufgabe G.2: Argumentieren, Begründen, Beweisen

a) Es seien a, b, c drei paarweise verschiedene Geraden in der Ebene ε.
Beweisen Sie: $a \| b \wedge b \| c \Rightarrow a \| c$. (3 Punkte)

(erreichte Punkte:)

b) Es gelte $\text{nkoll}(A, B, C) \wedge A \not\equiv B$. Beweisen Sie $B \not\equiv C$. (3 Punkte)

(erreichte Punkte:)

c) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass Halbebenen konvexe Punktmengen sind. Beweisen Sie, dass das Innere eines Winkels konvex ist. (2 Punkte)

(erreichte Punkte:)

Aufgabe G.3: Vierecke

G.3.1 $\Rightarrow$

Definition 1: Sehnenviereck
Wenn ein Viereck einen Umkreis hat, so heißt es Sehnenviereck.

a) Formulieren Sie den Satz über die *gegenüberliegenden Winkel im Sehnenviereck* in der Form *Wenn-Dann*. `(2 Punkte)`

`(erreichte Punkte: )`

b) Beweisen Sie den Satz über den Satz über die gegenüberliegenden Winkel im Sehnenviereck für den Fall, dass der Mittelpunkt des Umkreises auf einer Seite des Sehenenvierecks liegt. Sie dürfen sich für den Beweis auf Skizzen beziehen.`(6 Punkte)`

`(erreichte Punkte: )`

G.3.2 $\Leftarrow$

a) Formulieren Sie die Umkehrung von Satz 1.(2 Punkte)

(erreichte Punkte:)

b) Beweisen Sie die Umkehrung von Satz 1. (Sie müssen keine Fallunterscheidungen machen. Ein möglicher Fall reicht aus.) (5 Punkte)

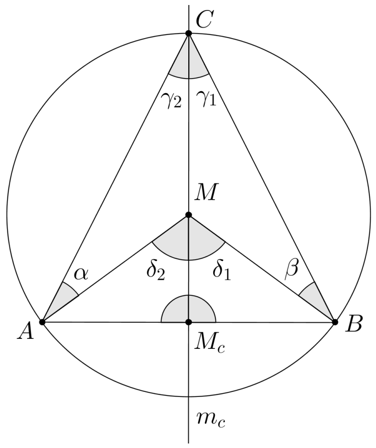
(erreichte Punkte:)

c) Fassen Sie Satz 1 und seine Umkehrung zu einem Satz zusammen. (1 Punkt)

(erreichte Punkte:)

Aufgabe G.4: Beweisen wie die Schüler

Aufgabe 10: Beweisen wie die Schüler



Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit dem Umkreis k. Der Punkt M sei der Mittelpunkt von k. Ferner sei m_c die Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$. Entsprechend Abbildung 03 möge m_c durch den Punkt C gehen. Ergänzen Sie die folgende Beweisführung, die sich auf die Skizze in der nebenstehenden Abbildung bezieht.

Nr.	Beweisschritt	Begründung	Punkte	
(I)	$\overline{MA} \cong \overline{MB} \cong \overline{MC}$	...	1	
(II)	$M \in m_c$	...	2	
(III)	$\vert\angle AM_cM\vert = \vert BM_cM\vert = 90°$	...	2	
(IV)	$\overline{MM_c} \cong \overline{MM_c}$	...	1	
(V)	$\vert MB\vert > \vert MM_c\vert < \vert MA\vert$	...	3	
(VI)	$\overline{AMM_c} \cong \overline{BMM_c}$	...	5	
(VII)	$\delta_1 \cong \delta_2$	...	1	
(VIII)	$\beta \cong \gamma_1$	...	2	
(IX)	$\vert\delta_1\vert = 2 \cdot \vert\gamma_1\vert$	...	2	
(X)	$\overline{MC} \cong \overline{MC}$	...	1	
(XI)	$\overline{AMC} \cong \overline{BMC}$	...	4	
(XII)	$\gamma_2 \cong \gamma_1$	...	2	
(XIII)	$\vert\delta_2\vert = 2 \cdot \vert\gamma_1\vert$	...	2	
(XIV)	$\vert\delta_2\vert = 2 \cdot \vert\gamma_2\vert$	...	2	
(XV)	$\vert\delta_1\vert + \vert\delta_2\vert = 2 \cdot (\vert\gamma_1\vert + \vert\gamma_2\vert)$	...	2	

(erreichte Punkte:)

Platz für weitere Ausführungen

Die Axiome der Euklidischen Geometrie

Inzidenzaxiome

Axiom I.0
Geraden und Ebenen sind Punktmengen.
Axiom I.1 (Axiom von der Geraden)
Zu zwei beliebigen verschiedenen Punkten gibt es genau eine Gerade, die die beiden Punkte enthält.
Axiom I.2
Zu jeder Geraden gibt es (wenigstens) zwei verschiedene Punkte, die dieser Geraden angehören.
Axiom I.3
Es gibt wenigstens 3 paarweise verschiedene Punkte, die nicht kollinear sind.
Axiom I.4
Zu je drei nichtkollinearen Punkten gibt es genau eine Ebene, die diese drei Punkte enthält. Jede Ebene enthält (wenigstens) einen Punkt.
Axiom I.5
Wenn zwei Punkte einer Geraden g in einer Ebene E liegen, so gehört g zu E.
Axiom I.6
Wenn zwei Ebenen einen Punkt gemeinsam haben, so haben sie noch mindestens einen weiteren Punkt gemeinsam. **Axiom I.7**
Es gibt vier paarweise verschiedene Punkte, die nicht komplanar sind.

Abstandsaxiome

Axiom II.1 (Abstandsaxiom)
Zu je zwei Punkten A und B gibt es eine eindeutig bestimmte nicht negative reelle Zahl d mit $d = 0 \Leftrightarrow A = B$.
Axiom II.2
Für zwei beliebige Punkte A und B gilt $|AB| = |BA|$.
Axiom II/3 (Dreiecksungleichung)
Für drei beliebige Punkte A, B und C gilt $|AB| + |BC| \geq |AC|$.
Falls koll(ABC), dann ist eine der folgenden Gleichungen erfüllt

$$
\begin{aligned}
|AB| + |BC| &= |AC| \\
|AC| + |CB| &= |AB| \\
|BA| + |AC| &= |BC|
\end{aligned}
$$

Ist umgekehrt eine dieser drei Gleichungen erfüllt, so sind A, B und C kollinear.

Axiome der Anordnung

Axiom III.1 (Axiom vom Lineal)
Zu jeder nicht negativen reelen Zahl d gibt es auf jedem Strahl p genau einen Punkt, der

zum Anfangspunkt von p den Abstand d hat.

Axiom III.2 (Das Axiom von Pasch)
Gegeben sei ein Dreieck $\overline{ABC}$. Ferner sei g eine Gerade, die durch keinen der drei Eckpunkte A, B, C geht. Wenn g eine der drei Seiten des Dreiecks $\overline{ABC}$ schneidet, dann schneidet g genau eine weitere Seite des Dreiecks $\overline{ABC}$.

Axiome der Winkelmessung

Axiom IV.1 (Winkelmaßaxiom)
Zu jedem Winkel α gibt es genau eine reelle Zahl ω zwischen 0 und 180.

Axiom IV.2 (Winkelkonstruktionsaxiom)
Es sei $g \equiv SA$ eine Gerade in der Ebene E. Zu jeder reellen Zahl ω mit $0 < \omega < 180$ gibt es in jeder der beiden durch g bestimmten Halbebenen der Ebene E genau einen Strahl SB^+ mit $|\omega| = |\angle ASB|$

Axiom IV.3 (Winkeladditionsaxiom)
Wenn der Punkt P zum Inneren des Winkels $\angle ASB$ gehört , dann gilt $|\angle ASP| + |\angle PSB| = |\angle ASB|$.

Axiom IV.4 (Supplementaxiom)
Nebenwinkel sind supplementär.

Das Kongruenzaxiom

Axiom V (Kongruenzaxiom SWS)
Wenn für zwei Dreiecke $\overline{ABC}$ und $\overline{DEF}$ die folgenden 3 Kongruenzen

$$\begin{aligned} \overline{AB} &\cong \overline{DE} \\ \overline{AC} &\cong \overline{DF} \\ \angle CAB &\cong \angle FDE \end{aligned}$$

gelten,
dann sind die beiden Dreiecke $\overline{ABC}$ und $\overline{DEF}$ kongruent zueinander.

Euklidisches Parallelenaxiom

Axiom EP
Zu jedem Punkt P außerhalb einer Geraden g gibt es höchstens eine Gerade h, die durch P geht und zu g parallel ist.