Übung Einführung in die Geometrie
22.05.2020

Es gelte m1,m2,n1,n2 ∈N
Wenn m1 und m2 bei Division durch a
deselben Rest rm und n1 und n2 bei
Division durch a denselben Rest rn lassen,
dann lassen m1 + n1 und m2 + n2 auch
denselben Rest bei Division durch a.

$a = 4$ $\quad r_m\ 3 \quad m_1\ 3 \quad m_2\ 7 \qquad r_n\ 2 \quad n_1\ 10 \quad n_2\ 18$

$3 + 10 = 13 \qquad 3\ R\ 1$

$7 + 18 = 25 \qquad 6\ R\ 1$

m_1, m_2 lassen bei Division durch 4 R r_m

7 lässt bei Division durch 4 den Rest 3

$7 : 4 = 1$ Rest 3

~~$7 : 4 \neq 1 \cdot 4 + 3$~~

$m_1 : 4 = p \cdot 4 + r_m$

$m_1\ 7 = 1 \cdot 4 + 3$

$m_2\ 15 = 3 \cdot 4 + 3$

$7 = 1 \cdot 4 + 3$

$m_1 = 1 \cdot 4 + 3$

$\boxed{m_1 = p \cdot 4 + r_m}$

$31 = 7 \cdot 4 + 3 = 31$ (28)

$m_1 = p \cdot a + r_m \qquad m_1 : a = p\ R\ r_m$

$m_1 : a = r_m$

$\boxed{7 : 4 = 1\ R\ 3}$

$m_1 = p_1 \cdot a + r_m \qquad n_1 = q_1 \cdot a + r_n$

$m_2 = p_2\, a + r_m \qquad n_2 = q_2 \cdot a + r_n$

$m_1 + n_1 = (p_1 \cdot a + r_m) + (q_1 \cdot a + r_n)$

$m_2 + n_2 = (p_2 \cdot a + r_m) + (q_2 \cdot a + r_n)$

$p_1\, a + r_m + q_1 \cdot a + r_n =$

$(p_1 + q_1) \cdot a + r_n + r_n$

$p_2 \cdot a + r_n + q_2 \cdot a + r_n =$

$p_2 \cdot a + q_2 \cdot a + r_m + r_n =$

$(p_2 + q_2)\, a + r_n + n$

$m_1 + n_1 = (\overset{o_1}{p_1 + q_1})\, a + (\overset{r_3}{r_m + r_n}) = o_1 \cdot a + r_3$

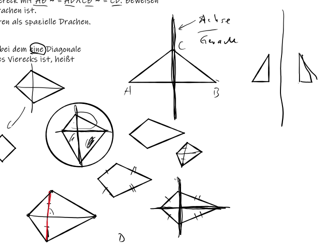
$m_2 + n_2 = (p_2 + q_2)\, a + (r_m + r_n) = o_2\, a + r_3$

Bemerkung:

Hier wäre jetzt noch zu überlegen,
was passiert, wenn r3 größer als a wäre.
Da in beiden Fällen r3 auftritt, sollte das kein
Problem sein.

Drachenviereck
a) Definieren Sie den Begriff Drachenviereck ¨uber die
Diagonaleneigenschaft.
b) Es sei ABCD ein Viereck mit AB ~ = AD∧CB ~ = CD. Beweisen
Sie, dass ABCD ein Drachen ist.
c) Definieren Sie Rauten als spazielle Drachen.

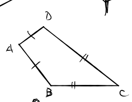
Drachen: Ein Viereck, bei dem eine Diagonale
Symmetrieachse dieses Vierecks ist, heißt
Drachen.



$\overline{ABCD}$

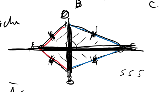
$\overline{AB} \cong \overline{AD}$

$\overline{BC} \cong \overline{DC}$



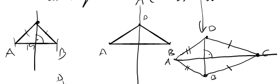
zu zeigen $\overline{ABCD}$ ist Drachen

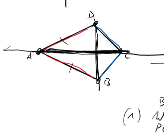
Def $\perp$, $\frac{1}{2}$



$\overline{AC} \cong \overline{AC}$

zu zeigen AC ist Mittelsenkrechte von $\overline{BD}$





V1 $|CB| = |CD|$

V2 $|AB| = |AD|$

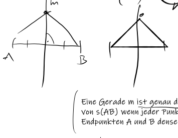
B: AC ist Mittelsenkrechte von $\overline{BD}$

Beweis

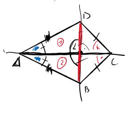
(1) Wegen V_1 ($|CB| = |CD|$) ist C ein Punkt der Mittelsenkrechte von $\overline{BD}$.

(2) Wegen V_2 ($|AB| = |AD|$) ist A ein Punkt der Mittelsenkrechte von $\overline{BD}$.

(3) AC ist die Mittelsenkrechte von $\overline{BD}$ (1) (2)



Eine Gerade m ist genau dann Mittelsenkrechte
von s(AB) wenn jeder Punkt von M zu den
Endpunkten A und B denselben Abstand hat.



$\overline{ABC} \cong \overline{ACD}$ SSS

$\overline{ABL} \cong \overline{ADL}$ SWS

$\Rightarrow \measuredangle ALB \cong \measuredangle ALD$

komplementär NW

$\Rightarrow |\measuredangle ALD| = |\measuredangle ALD| = 90°$