Kontrollfragen/Themen: Lineare Algebra, analytische Geometrie

Michael Gieding, Fach Mathematik, PH Heidelberg

1 Geraden und Geradengleichungen

1.1 $y = mx + b$

1. Gegeben seien die beiden Punkte $A(-2, -3)$ und $B\left(\frac{4}{3}, \frac{3}{4}\right)$. Bestimmen Sie eine Gleichung der Form $y = mx + b$ für die Gerade AB.

2. Eine Gerade g schneidet die $x-$Achse unter einem Winkel von $30°$. Bestimmen Sie m in der Gleichung $y = mx + b$, die g beschreibt.

3. Eine Gerade a schneidet die $x-$Achse unter einem Winkel von $135°$ und geht durch den Punkt $A(5, 5)$ Bestimmen Sie die Gleichung vom Typ $y = mx + b$, die a beschreibt.

4. Es seien $\overline{ABC}$ und $\overline{DEF}$ zwei Anstiegsdreiecke bezüglich der Geraden c. In welcher Relation stehen $\overline{ABC}$ und $\overline{DEF}$ zueinander?

5. Warum lassen sich nicht alle Geraden der Ebene durch eine Gleichung vom Typ $y = mx + b$ beschreiben?

6. Gegeben sei ein Quadrat $\overline{ABCD}$ mit der Seitenlänge 1. Der Punkt A möge im Koordinatenursprung liegen, der Punkt C auf der positiven $x-$Achse. Der Punkt B habe eine negative $y-$Koordinate. Bestimmen Sie die Gleichungen der Geraden AB, BC, CD, DA.

7. Gegeben sei die Gerade a durch die Gleichung $y = \frac{3}{4}x + 2$. Für die Gerade b gilt: $a \perp b \wedge Q(4, 5) \in b$. Bestimmen Sie eine Gleichung zur Beschreibung von b.

1.2 ax+by+c=0

1. Gegeben seien die beiden Punkte $A(3,3)$ und $B(-3,2)$. Geben Sie eine Gleichung der Form $ax+by+c=0$ an, die die Gerade AB beschreibt.

2. Gegeben sei die Gerade g durch die Gleichung $y=0,75x-1$. Geben Sie eine Gleichung der Form $ax+by+c=0$ an, die die Gerade g beschreibt.

3. Gegeben sei die Gerade c durch die Gleichung $y=\sqrt{2}x+1$. Geben Sie eine Gleichung der Form $ax+by+c=0$ an, die die Gerade c beschreibt.

4. Das Gleichungssystem
$$\begin{aligned} 2x+3y-1 &= \ 0 \\ -x-\frac{3}{2}y-1 &= \ 0 \end{aligned}$$
Warum hat dieses Gleichungssystem keine Lösungen? Interpretieren Sie das Gleichungsystem geometrisch.

5. Ändern Sie die zweite Gleichung in dem Gleichungssystem der vorangegangenen Aufgabe derart, dass es unendlich viele Lösungen hat.

2 Gauß'scher Algorithmus

1. Nennen Sie alle Manipulationen eines Gleichungssystems, die die Lösungsmenge des Gleichungssystems invariant lassen.

2. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit dem Gauß'schen Algorithmus:
$$\begin{aligned} \frac{3}{2}x-2y+4z &= \ 1 \\ 2x-\frac{9}{2}y-2z &= \ -\frac{1}{2} \\ x+y-3z &= \ 2 \end{aligned}$$

3. Erklären Sie den Gauß'schen Algorithmus.

2.1 Pfeilklassen

2.1.1 Äquivalenzrelationen

Welche der folgenden Relationen sind keine Äquivalenzrelationen? Begründen Sie

1. *senkrecht* auf der Menge der Geraden

2. *parallel* auf der Menge der Geraden

3. *kongruent* auf der Menge aller Figuren

4. *flächengleich* auf der Menge aller Rechtecke

5. $\leq$ auf $\mathbb{R}$

6. *durch Kürzen oder Erweitern auseinander hervorgehen* auf der Menge aller Brüche

7. *A ist Vater von B* auf der Menge aller Europäer

Definieren Sie den Begriff der Äquivalenzrelation.

2.1.2 Klasseneinteilungen

1. Zerlegen Sie die Menge $M = \{a, e, f, \pi, d\}$ derart in 5 Teilmengen, dass diese Teilmengen eine Klasseneinteilung von M sind.

2. Paul betreibt Ringen und Rugby in dem Sportverein Rudermania Ziegelhausen/Neuenheim. Warum ist die Einteilung der Mitglieder des Vereins Rudermania Ziegelhausen/Neuenheim bezüglich der von ihnen betriebenen Sportarten dank Paul keine Klasseneinteilung der Menge aller Mitglieder des Vereins?

3. Es sei $\{K_1, K_2, \ldots K_n\}$ eine Klasseneinteilung der Menge M. Begründen Sie: Die Relation *a liegt mit b in derselben Klasse* ist eine Äquivalenzrelation auf M.