Übungsaufgaben Serie X

2. Übungsklausur

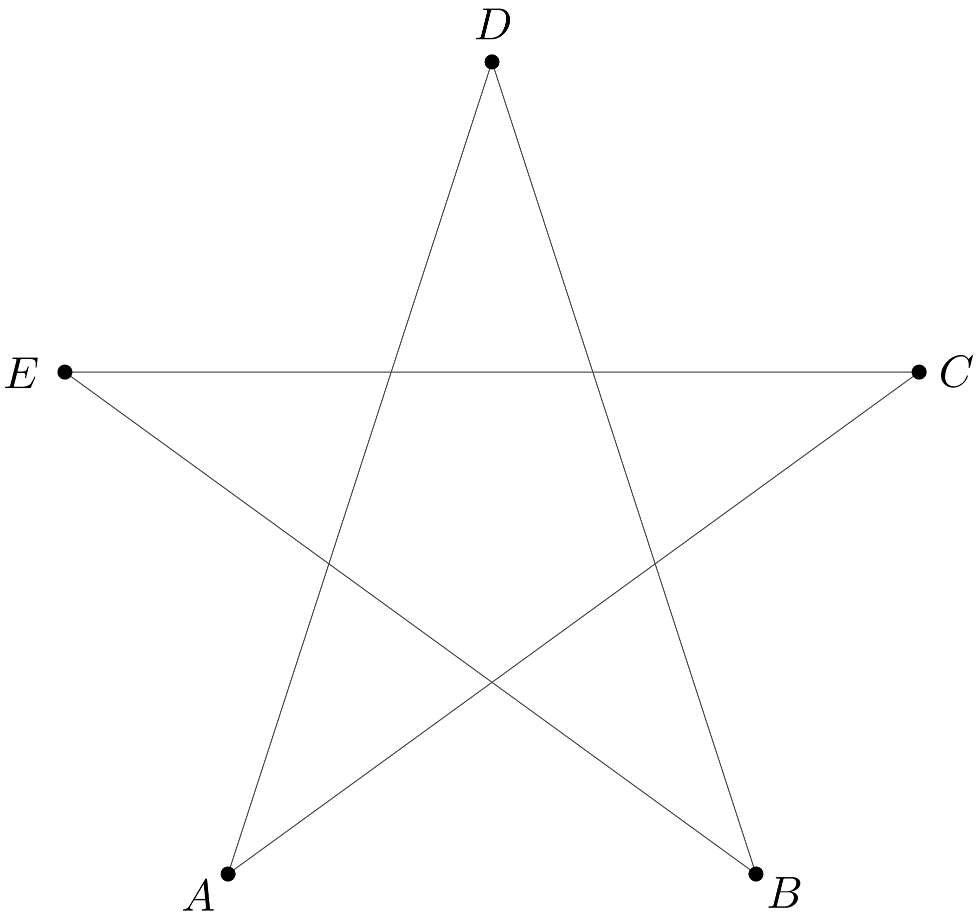

Abbildung 1: Pentagramm

Aufgabe 10.1: Definitionen

a) Definieren Sie den Begriff *Kreistangente*. (*2 Punkte*)

b) Definieren Sie, was man in der ebenen Geometrie unter einer *Ellipse* mit den Brennpunkten F_1 und F_2 versteht. (Hinweis: Der Mörder ist immer der Gärtner.) (*2 Punkte*)

c) Definieren Sie den Begriff *Kreis* unter Verwendung des Oberbegiffs Ellipse. (*2 Punkte*)

d) Ein *Tangentenviereck* ist ein Viereck mit einem Inkreis. Definieren Sie den Begriff *Tangentenviereck* unter expliziter Verwendung des Begriffs Tangente. (*3 Punkte*)

e) In der Gothicszene sind Pentagramme sehr beliebt. Definieren Sie den Begriff *Pentagramm* (siehe Abbildung 1). Sie dürfen auf die Definitionen aus Aufgabe 9.1 der letzten Aufgabenserie zurückgreifen. (*2 Punkte*)

Aufgabe 10.2

In der Ebene ε seien die Gerade g und der nicht mit g inzidierende Punkt A gegeben. Ferner seien B und C zwei Punkte mit $\operatorname{nkoll}(A, B, C)$.
Beweisen Sie:

$$B \in gA^{+} \wedge C \in gA^{+} \Rightarrow C \in gB^{+}$$

(*4 Punkte*)

Beweis:

Aufgabe 10.3

Es seien A, B, C, D vier paarweise verschiedene Punkte ein und derselben Geraden g. Beweisen Sie:

$$|AB| = |BD| \wedge |AC| = |CD| \Rightarrow B \equiv C$$

Hinweis: Ein in der Vorlesung bereits im Kontext der Anordnungsaxiome bewiesener Satz kann die Arbeit erheblich erleichtern. (*3 Punkte*)

Beweis:

Aufgabe 10.4

Beweisen Sie:

Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist,
dann liegt die Winkelhalbierende seines seiner Basis gegenüberliegenden Innenwinkels auf der Mittelsenkrechten dieser Basis. (*3 Punkte*)

Beweis:

Aufgabe 10.5

Es seien a und b zwei Geraden mit $a \perp b$. Der gemeinsame Schnittpunkt der beiden Geraden sei mit S bezeichnet.
Ferner sei A ein Punkt, der weder auf a noch auf b liegt. Zwei weitere Punkte B und C seien derart gewählt, dass die folgenden Eigenschaften gelten:

a) a ist die Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$,

b) b ist die Mittelsenkrechte von $\overline{BC}$,

Beweisen Sie:

$$\angle ASB \text{ und } \angle BSC \text{ sind supplementär.}$$

(4 Punkte)

Beweis:

Aufgabe 10.6

Definition 9.1

Einheitskreis
Es sei k ein Kreis mit dem Radius r.
Wenn $|r| = 1$ gilt, dann heißt k Einheitskreis.

Definition 9.2

Sinus von 30°
Es sei k ein Einheitskreis mit dem Mittelpunkt M. A und B seien zwei Punkte auf k mit $|\angle AMB| = 30^\circ$. Unter dem Sinus von 30° versteht man die Länge des Lotes l von B auf MA. ($\sin 30^\circ := |l|$)

Beweisen Sie in der absoluten Geometrie: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ (*5 Punkte*)

Beweis:

Platz für weitere Ausführungen