Übungsaufgaben Einführung in die Geometrie, mathematische Grundlagen II, Serie 4 SoSe 2013

Gieding

13.05.2013 - 19.05.2013

Aufgabe 4.01

Der Innenwinkelsatz für Dreiecke sei bereits bewiesen.
Formulieren Sie einen analogen Satz für Vierecke und beweisen Sie diesen Satz.

Aufgabe 4.02

Es sei n eine beliebige natürliche Zahl, die größer als 2 ist. Entwickeln Sie eine Abbildungsvorschrift, die jedem solchen n die Innenwinkelsumme des entsprechenden n-Ecks zuordnet. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Vorschrift.

Aufgabe 4.03

a) Wie lautet der Stufenwinkelsatz? (schauen Sie bei Bedarf in Schulbüchern nach).
b) Es seien "a" und "b" zwei nichtidentische Geraden, die durch eine dritte Gerade "c" jeweils in genau einem Punkt "S" geschnitten werden. Bei diesem Schnitt entstehen die Stufenwinkel α und β. Welche der folgenden Aussagen repräsentiert den Stufenwinkelsatz bzw. ist eine zu diesem Satz äuivalente Aussage (Begründen Sie jeweils)?

1. $a||b \Rightarrow \alpha \cong \beta$
2. $\alpha \cong \beta \Rightarrow a||b$
3. $|\alpha| \neq |\beta| \Rightarrow \exists S : S \in a \wedge S \in b$
4. $a||b \Leftrightarrow \alpha \cong \beta$

Aufgabe 4.04

Es seien A und B zwei Punktmengen. Was müssen Sie konkret zeigen, wenn Sie beweisen wollen, dass $A = B$?

Aufgabe 4.05

Wir gehen davon aus, dass wir der ebenen Geometrie ein kartesisches Koordinatensystem zugrunde gelegt haben. Bezüglich dieses Systems definieren wir die folgenden beiden Punktmengen:

1. $A := \left\{P\left(x_P, y_P\right) | y_p = \frac{3}{4}x_p - \frac{7}{8}\right\}$
2. $B := \left\{P\left(x_P, y_P\right) | y_p = \frac{36{,}3}{48{,}4}x_p - 0{,}875\right\}$

Beweisen Sie $A \cap B = A$.

Aufgabe 4.06

Sie dürfen davon ausgehen, dass für jedes Dreieck gilt: Der größeren zweier Seiten liegt der größere Innenwinkel gegenüber.
(o.B.d.A.: $a > b \Rightarrow |\alpha| > |\beta|$) Formulieren Sie die Umkehrung dieser Seiten-Winkel-Beziehung und beweisen Sie diese Umkehrung mittels eines Widerspruchsbeweises.
(Der Basiswinkelsatz sei auch schon bewiesen.)

Aufgabe 4.07

Definieren Sie den Begriff der Parallelität für Geraden. (Hinweis: Der Mathematiker hat sehr großes Interesse daran, dass die Relation parallel auf der Menge aller Geraden reflexiv ist, d.h. dass jede Gerade zu sich selbst parallel ist.)

Aufgabe 4.08

Gegeben seien in der Ebene ε zwei nicht identische Geraden a und b. Sowohl a als auch b mögen durch eine dritte Gerade c jeweils in genau einem Punkt geschnitten werden. Beweisen Sie: Wenn bei diesem Schnitt kongruente Stufenwinkel entstehen, dann sind a und b parallel zueinander.
Hinweis: Führen Sie den Beweis indirekt, indem Sie annehmen, dass a und b nicht

parallel sind. Jetzt dürfen Sie den schwachen Außenwinkelsatz (Jeder Außenwinkel ist größer als jeder nichtanliegende Innenwinkel.) anwenden.

Aufgabe 4.09

Welchen Satz haben Sie mit Aufgabe 4.08 bewiesen?

Aufgabe 4.10

Der Stufenwinkelsatz, der Nebenwinkelsatz und der Scheitelwinkelsatz seien bewiesen.
Beweisen Sie jetzt den Wechselwinkelsatz und den Satz über die entgegengesetzt liegenden Winkel an geschnittenen Parallelen.