Aufgabe 11.1: Definitionen

a) Definieren Sie den Begriff *Sehne eines Kreises.* (*2 Punkte*)

Seien P und Q zwei beliebige Punkte eines Kreises k in ein und der selben Ebene. s(PQ) ist eine Sehne von k.

b) Definieren Sie den Begriff *Kugel.* (*2 Punkte*)

Seien P ein Punkt auf k und k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M, in einem Raum. Zusätzlich sei r eine nicht negative reelle Zahl. Wenn gilt $Q := \{P \mid s(PM) = r\}$ dann ist Q eine Kugel.

c) Definieren Sie den Begriff *Winkelhalbierende* ohne dabei Winkelgrößen zu verwenden. (*3 Punkte*)

Seien A,B,C,D komplanare nicht kollineare Punkt in einer Ebene. Wenn AD^+ im $I(\angle BCA)$ liegt und $\angle ACD \cong \angle BCD$ gilt, dann ist AD^+ die Winkelhalbierende von $\angle BCA$.

d) Ein *Sehnenviereck* ist ein Viereck mit einem Umkreis. Definieren Sie den Begriff *Sehnenviereck* unter expliziter Verwendung des Begriffs Sehne. (*2 Punkte*)

Seien Sehne und Umkreis definiert. Wenn die Strecken des Vierecks $\overline{ABCD}$ die Sehnen des Umkreises sind, dann ist $\overline{ABCD}$ ein Sehnenviereck.

e) Definieren Sie den Begriff *konvexes Viereck* unter Verwendung des Begriffs *Diagonale.* (*2 Punkte*)

Sei $\overline{ABCD}$ ein Viereck. Wenn die Diagonalen des Vierecks sich schneiden, dann ist $\overline{ABCD}$ ein konvexes Viereck.

Aufgabe 11.2

In einem linearen Gleichungssystem (LGS) vom Typ

$$\begin{array}{rcccccccc} (I) & a_1x & + & b_1y & + & c_1z & = & d_1 \\ (II) & a_2x & + & b_2y & + & c_2z & = & d_2 \\ (III) & a_3x & + & b_3y & + & c_3z & = & d_3 \end{array}$$

lässt sich jede der drei Gleichungen (I), (II), (III) als die analytische Beschreibung jeweils einer Ebene interpretieren. Wir gehen von einem LGS aus, in dem die beschriebenen drei Ebenen paarweise verschieden sind. Wie könnten die Ebenen zueinander liegen, wenn unser LGS nicht lösbar ist? *(4 Punkte)*

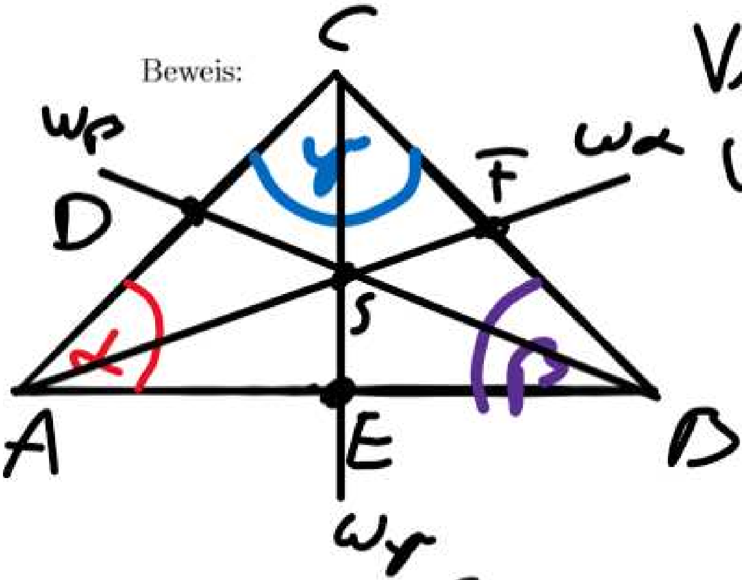
Beschreibung:

Die Ebenen liegen Parallel zueinander, da die Lösung des LGS die Schnittpunkte der Geraden sind. Wenn keine Lösung besteht, ist die Schnittmenge gleich der leeren Menge.

Aufgabe 11.3

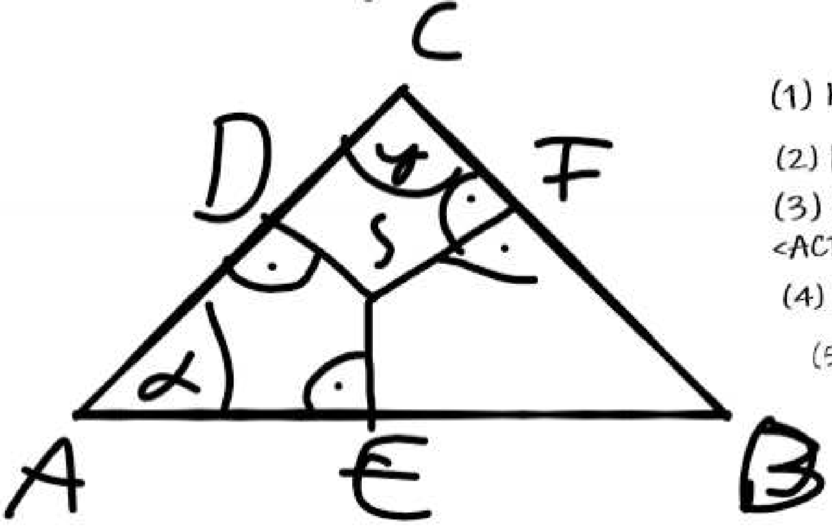
Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit den schulüblichen Bezeichnungen. Sie dürfen davon ausgehen, dass sich die Winkelhalbierenden w_α und w_γ dieses Dreiecks in genau dem Punkt S schneiden. Beweisen Sie: $S \in w_\beta$. *(3 Punkte)*

Beweis:



$V_1: S \in w_\alpha$
$V_2: S \in w_\gamma$

$B: S \in w_\beta$



(1) Konstruiere Lot von S auf die Schenkel von <CA

(2) |DS| = |ES| Winkelhalbierendenkriterium

(3) Konstruiere Lote von S auf die Schenkel von <ACB

(4) |DS| = |FS| Winkelhalbierendenkriterium

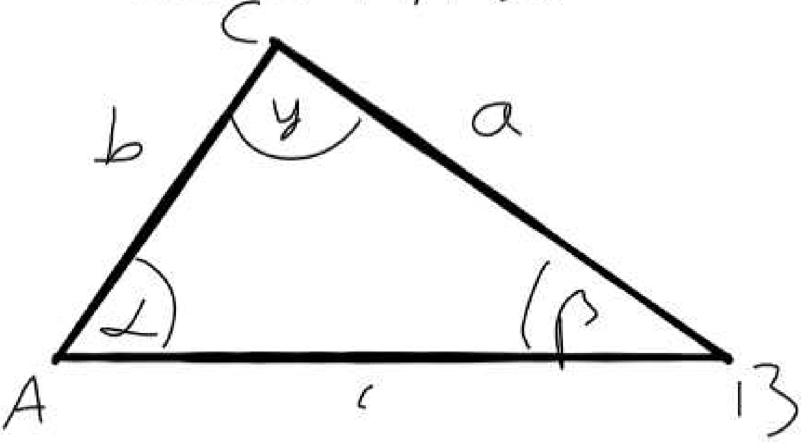
(5) |ES| = |FS| Transitivität, (4)

(6) Das s(ES) und s(FS) die Lote von S auf die Schenkel von <ABC sind, ist $S \in w_\beta$

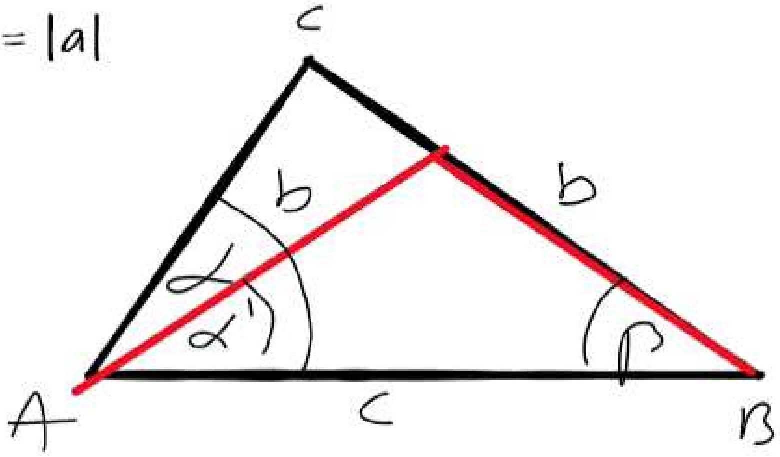
Aufgabe 11.4

Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit schulüblichen Bezeichnungen. Beweisen Sie: $|\alpha| > |\beta| \Rightarrow |a| > |b|$.
(*3 Punkte*)

Beweis: V: $|\alpha| > |\beta|$ B: $|a| > |b|$



Annahme: $|b| = |a|$



(1) Erhalte gleichschenkliges Dreieck $\overline{AC^*B}$ mit $|\alpha'| = |\beta|$ (Axiom vom Lineal, Basiswinkelsatz)

(2) $\alpha' \cong \alpha$

(3) $\alpha' \cong \beta$

(4) $\alpha \cong \beta$ ↯ V

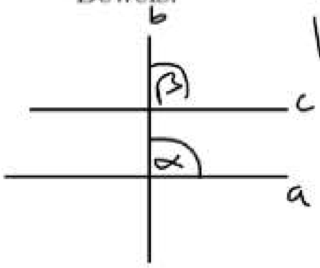
Aufgabe 11.5

Es seien a, b und c drei Geraden. Beweisen Sie:

$$a \perp b \wedge b \perp c \Rightarrow a \| c$$

(4 Punkte)

Beweis:



$V_1: a \perp b \Rightarrow |\alpha| = 90°$

$V_2: b \perp c \Rightarrow |\beta| = 90°$

$B: a \| c$

Da Alpha und Beta kongruente Stufenwinkel sind, müssen a und c parallel sein.

Ansonsten gäbe es einen Schnittpunkt S und es würde sich ein Dreieck mit 2 Rechten Winkeln bilden.

Aufgabe 11.6

Es seien a, b und c drei komplanare und paarweise nicht identische Geraden. Beweisen Sie:

$$a \| b \wedge b \| c \Rightarrow a \| c$$

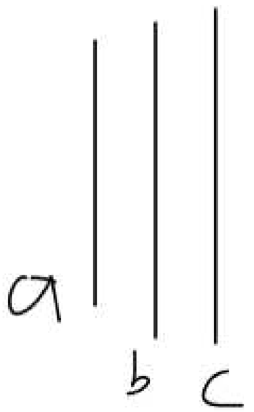
(5 Punkte)

Beweis:

$V_1: a \| b \Rightarrow a \cap b = \{\emptyset\}$ $V_3: a \not\equiv b \not\equiv c \not\equiv a$

$V_2: b \| c \Rightarrow b \cap c = \{\emptyset\}$

$B: a \| c$



Annahme $a \nparallel c$

(1) $a \cap c = \{S\}$ (Annahme)

(2) a ist eine Parallele zu b durch S (1)

(3) c ist eine Parallele zu b durch S (1)

(4) $a \equiv c$ (2) (3) ↯ V_3