8 Übungsaufgaben Serie VII

Aufgabe 8.1

Definieren Sie die Begriffe:

a) *Gleichschenkliges Dreieck,*

b) *Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks,*

c) *Basis eines gleichschenkligen Dreiecks,*

d) *Basiswinkel eines gleichschenkligen Dreiecks,*

Aufgabe 8.2

Satz 8.1

Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck sind kongruent zueinander.

a) *Formulieren Sie den Satz in "wenn...dann...Form".*

b) *Beweisen Sie den Satz, ohne den Kongruenzsatz SSS zu verwenden. Hinweis: Die Winkelhalbierende des Innenwinkels, der der Basis gegenüber liegt, hilft.*

Sollten Sie gar nicht zurechtkommen: `http://geometrie.zum.de/images/3/31/Beweis_des_Basiswinkelsatzes.pdf`

Aufgabe 8.3

Definition 8.1

Mittelsenkrechte
Es seien m eine Gerade und $\overline{AB}$ eine Strecke mit dem Mittelpunkt M.
Wenn $g \perp \overline{AB} \wedge M \in m$, dann heißt m Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$

Beweisen Sie:

Satz 8.2

Halbes Mittelsenkrechtenkriterium
Es sei m die Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$.
$P \in m \Rightarrow \overline{PA} \cong \overline{PB}$

Aufgabe 8.4

Beweisen Sie:

Satz 8.3

andere Hälfte vom Mittelsenkrechtenkriterium
Es seien m die Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$ und P eine Punkt.
$\overline{AP} \cong \overline{BP} \Rightarrow P \in m$

Aufgabe 8.5

Defininieren Sie (Wiederholung und mehr):

a) *Lotgerade von einem Punkt P auf eine Gerade g,*

b) *Lotfußpunkt,*

c) *Lot von einem Punkt P auf eine Gerade g,*

d) *Höhe h_c eines Dreiecks $\overline{ABC}$,*

Beweisen Sie:

Satz 8.4

Existenz des Lotes von einem Punkt P auf eine Gerade g
Es seien g eine Gerade und P ein Punkt außerhalb dieser Geraden.
Es existiert genau ein Lot von Pvauf g.

Falls Sie Hilfe brauchen: `http://geometrie.zum.de/wiki/Datei:Lot1.pdf`

Aufgabe 8.6

Ergänzen Sie:

Satz 8.5

Umkehrung des Basiswinkelsatzes
Wenn ... , dann ... .

Beweisen Sie die Umkehrung des Basiswinkelsatzes.

Hinweis: Beachten Sie, dass wir bisher noch nicht den Satz über die Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen konnten. Wir werden ihn ohne ein weiteres noch zu behandelndes Axiom auch nicht beweisen können.

Aufgabe 8.7

Definition 8.2

schön
Eine ebene Figur $\mathcal{F}$ ist schön, wenn es eine Gerade g derart gibt, dass gilt:
$\forall P \in \mathcal{F} \exists Q \in \mathcal{F}$: *$g$ ist die Mittelsenkrechte von $\overline{PQ}$.*

Nennen Sie

a) *ein schönes Viereck, das kein Trapez ist,*

b) *eine schöne krummlinige Figur, die kein Kreis ist,*

c) *eine schöne Figur, die die Schüler auch als Graph einer Funktion kennen lernen.*

Aufgabe 8.8

Ebene Geometrie:
Es sei l ein Kreis mit dem Mittelpunkt F_1 und dem Radius r. Ferner seien F_2 ein Punkt mit $|F_2F_1| > r$ und L ein Punkt auf dem Kreis l.
Wir konstruieren die Mittelsenkrechte m von $\overline{F_2L}$. Diese schneidet F_1L in P.

a) *Beweisen Sie: $|PF_2| - |PF_1| = r$.*

b) *Für verschiedene Lagen von L auf l erhält man jeweils einen anderen Punkt P. Läuft L den gesamten Kreis l ab, so bildet die Menge aller zugehörigen Punkte P eine Hyperbel mit den Brennpunkten F_1 und F_2.*
Definieren Sie den Begriff Hyperbel.

Aufgabe 8.9

Es sei p der Graph der Funktion $y(x) = x^2$. l sei die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -\frac{1}{4}$, F sei der Punkt mit den Koordinaten $\left(0, \frac{1}{4}\right)$. L sei ein beliebiger Punkt auf l und m die Mittelsenkrechte von $\overline{FL}$. Wir errichten in L auf l die Senkrechte s. Diese schneidet m in P.
Beweisen Sie:

a) *$P \in p$,*

b) *m ist Tangente an p in P.*

Aufgabe 8.10

Unter dem Abstand $|Pg|$ eines Punktes P zu einer Geraden g versteht man die Länge des Lotes von P auf g.
Beweisen Sie:

Satz 8.6

$P \in I(\angle ASB) \wedge |P, AS| = |P, BS| \Rightarrow \angle ASP \cong \angle BSP$

Bemerkung: Ihnen stehen alle ihre Kenntnisse aus der Schulgemometrie zur Verfügung.