

# Übungsaufgaben, Einführung in die Geometrie SoSe 2013, Serie 1

Woche vom 22. bis 28 April 2013

## Aufgabe 1.01 SoSe 2013

Es seien  $a$  und  $b$  zwei reelle Zahlen. Definieren Sie den Begriff arithmetisches Mittel von  $a$  und  $b$ .

## Aufgabe 1.02 SoSe 2013

Es seien  $a$  und  $b$  zwei natürliche Zahlen. Definieren Sie den Begriff größter gemeinsamer Teiler (ggT) von  $a$  und  $b$ .

## Aufgabe 1.03 SoSe 2013

Informieren Sie sich darüber, was man unter der Gärtnerkonstruktion einer Ellipse versteht. Entwickeln Sie eine Definition des Begriffs Ellipse, wie er sich unmittelbar aus der Gärtnerkonstruktion ergibt.

## Aufgabe 1.04 SoSe 2013

Mark definiert den Begriff des Rechtecks wie folgt:

### Definition 1 (*Rechteck*)

<i>Ein Rechteck ist ein Viereck, das einen rechten Innwinkel hat und bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleichlang zueinander sind.</i>
---

Diskutieren Sie, ob die Eigenschaft der Minimalität für Marks Definition gewährleistet ist.

## Aufgabe 1.05 SoSe 2013

Der Begriff der Parallelität zweier Geraden sei bereits definiert. Definieren Sie, was man darunter versteht, dass zwei Geraden windschief zueinander sind.

### Aufgabe 1.06 SoSe 2013

In der Differentialgeometrie ist der Begriff der "Krümmung einer Kurve" von zentraler Bedeutung. Kreise sind Kurven mit "konstanter Krümmung", d.h. ein Kreis hat in jedem seiner Punkte dieselbe Krümmung. Je größer ein Kreis  $k$  ist, desto mehr nähern sich hinreichend kleine Teilstücke des Kreises Geradenstücken an. Je größer ein Kreis ist, desto geringer ist somit seine Krümmung. Geraden sind auch Kurven konstanter Krümmung, Jede Gerade hat in jedem ihrer Punkte die Krümmung 0. Geraden könnte man als Kreise mit unendlich großem Radius auffassen. Entwerfen Sie eine sinnvolle Definition des Begriffes "Krümmung eines Kreises".

Hinweis: Krümmungen werden durch reelle Zahlen angegeben.

### Aufgabe 1.07 SoSe 2013

Sie wollen Ihre Schüler erleben lassen, dass Kreise Kurven mit konstanter Krümmung sind. Wie machen Sie das?

### Aufgabe 1.08 SoSe 2013

Ellipsen lassen sich auch als Kegelschnitte definieren. Es sei  $K$  ein Kegel mit dem Öffnungswinkel  $\alpha$  und der Spitze  $S$ . Seine Rotationsachse  $R$  möge senkrecht auf der Ebene  $\varepsilon_0$  stehen. Es sei  $\varepsilon$  eine zweite Ebene, die  $K$  schneidet.

Ergänzen Sie:

#### **Definition 2 (*Ellipse*)**

Wenn ... , dann ist der Schnitt von  $\varepsilon$  mit  $K$  eine *Ellipse*.

### Aufgabe 1.09 SoSe 2013

Was wird hier definiert?

#### **Definition 3 (...)**

Es sei  $r$  ein positive reelle Zahl.  $M := \{(r \cdot \cos(\varphi) | r \cdot \sin(\varphi) | \varphi \in \mathbb{R}, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ .

### Aufgabe 1.10 SoSe 2013

Diskutieren Sie die folgende Definition:

**Definition 4 (*Size-Zero-Menge*)**

Es sei  $K$  ein kartesisches Koordinatensystem. Unter einer *Size-Zero-Menge* versteht man die Menge aller Punkte  $P(x_p|y_p)$  mit  $x_p < 0 \wedge y_p \sqrt{x_p}$ .