Einführung in die Geometrie
08.05.2020

Definitionen und Sätze

Definition: (Teiler einer natürlichen Zahl)
a ist ein Teiler von b, wenn eine natürliche Zahl c mit ac=b existiert.

Festlegung, Namensgebung

Definitionen sind weder wahr noch falsch
höchstens sinnvoll oder sinnlos

$a|b \qquad 3|9 \qquad 3\cdot 3=9$

Satz: Wenn eine Zahl a, die Zahlen b und c teilt, dann teilt sie auch Summe aus b und c.

$\forall a,b,c \in \mathbb{N}: \underbrace{a|b \wedge a|c}_{V} \Rightarrow a|(b+c)$ $\Rightarrow B$

Wenn, dann Implikation

Beweis:

V V_1 $a|b$
V_2 $a|c$

B $a|(b+c)$

Übersetzung

V_1 $a|b$ also $\exists m \in \mathbb{N}: a\cdot m=b$

V_2 $a|c$ also $\exists n \in \mathbb{N}: a\cdot n=c$

$\boxed{b=a\cdot m}$ $\boxed{c=a\cdot n}$

zu zeigen $\exists o \in \mathbb{N}: a\cdot o=b+c$

$b+c = a\cdot m + a\cdot n$

$b+c = a\cdot(\underbrace{m+n}_{\in \mathbb{N}})$

setze $o = m+n$

$V \Rightarrow B$

$p \Rightarrow q$ Umkehrung, $q \Rightarrow p$

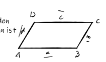
$B \Rightarrow V$

Implikation $\underbrace{a|b \wedge a|c}_{V} \Rightarrow \overset{B}{a|(b+c)}$

$\underbrace{a|(b+c) \Rightarrow a|b \wedge a|c}$ falsche Aussage

z.B. $3|(5+4)$
w
$3|5 \wedge 3|4$
$\underbrace{f \wedge f}_{f}$

Definition: (Parallelogramm)
Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten jeweils parallel zueinander sind, dann ist das Viereck ein Parallelogramm.



$\overline{ABCD}$ heißt Parallelogramm
:⟺
(nach Definition)
$AB \parallel DC \wedge AD \parallel BC$

notwendig
und hinreichend
dafür dass Parallelogramm ist
ABCD

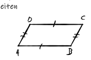
Definition soll minimal sein.

Satz 1:
in jedem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten kongruent zueinander.

Satz in wenn - dann
Wenn ein Viereck ein Parallelogramm ist, dann sind seine gegenüberliegenden Seiten kongruent zueinander.

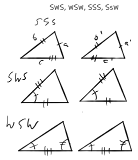
V: $\overline{ABCD}$ ist ein Parlallelogramm

B: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ und $\overline{AD} \cong \overline{BC}$



Dreieckskongruenzsätze

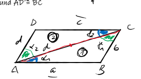
SWS, WSW, SSS, SsW



Beweis:

V V_1: $a \parallel c$
V_2: $b \parallel d$

z.z. B_1 $a \cong c$
B_2 $b \cong d$

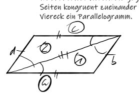


(1) $d \cong d$ trivial
(2) $\alpha_1 \cong \gamma_2$ V_1, Wechselwinkelsatz
(3) $\alpha_2 \cong \gamma_1$ V_2, — " —

(4) $\overline{ABC} \cong \overline{ACD}$ (1)(2)(3) WSW
(5) $a \cong c \wedge b \cong d$ (4)

aus $\parallel$ folgt $\cong$

Satz 2 (umkehrung von Satz1)
Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten kongruent zueinander sind, dann ist das Viereck ein Parallelogramm.



V_1 $a \cong c$
V_2 $b \cong d$

B_1 $a \parallel c$
B_2 $b \parallel d$

wahr

$\parallel \Rightarrow \cong$

$\cong \Rightarrow \parallel$

$\parallel \Leftrightarrow \cong$

$\parallel \Rightarrow b$

hinreichend für $\cong$

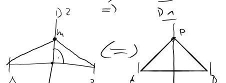
$\cong$ hinreichend für $\parallel$

$\cong$ $\parallel$
sind hinreichend und notwendig füreinander

$\boxed{\text{Kriterium}}$

D1 $\Rightarrow$ D2

D2 $\Rightarrow$ D1



⟺

D1 $\frac{1}{2}$, $\perp$

D $\{P \mid \overline{PA} \cong \overline{PB}\}$

E1 ⟺ E2